Müller-Breslau,
профессоръ политехникума въ Берлинѣ.

Выпускъ V.

Графическая статика сооруженій.

Переводъ съ послѣдняго нѣмецкаго изданія.

Г. Г. Кривошеинъ,
Военный инженеръ, преподаватель Николаевской Инженерной Академіи и Училища.

П. Н. Казинъ,
Военный инженеръ.

Томъ I.

Изданіе инженера П. Н. Казина.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Типо-литографія и переплетная Ю. А. Мансфельдъ, Малая Морская, № 9.
1899.

Müller-Breslau,
профессоръ политехникума въ Берлинѣ.

Выпускъ V.

Графическая статика сооруженій.

Переводъ съ нѣмецкаго.

Г. Г. Кривошеинъ,
Военный инженеръ, преподаватель Николаевской Инженерной Академіи и Училища.

П. Н. Казинъ,
Военный инженеръ.

Томъ I.

Содержаніе выпуска V:

Изданіе инженера П. Н. Казина.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія Ю. А. Мансфельдъ, Малая Морская, 9.
1898.

Дозволено цензурою, С.-Петербургъ, 14 Августа 1898 года.

Предисловіе.

Графическая статика Müller-Breslau, профессора политехникума въ Берлинѣ, заслужила за границей большую популярность. Въ Германіи при проектированіи сооруженій (мостовъ, стропилъ и т. п.) пользуются почти исключительно сочиненіями Müller-Breslau. Желаніе сдѣлать эту книгу болѣе доступной по языку русскимъ инженерамъ и студентамъ побудило насъ предпринять этотъ переводъ.

Изданіе будетъ заключать 10 выпусковъ, которые выйдутъ въ 1898—99 учебномъ году. Раньше другихъ выпусковъ появится въ печати выпускъ V, какъ наиболѣе интересный по вопросамъ уравновѣшенныхъ фермъ (трехшарнирныхъ арокъ, консольныхъ и висячихъ мостовъ). Затѣмъ выйдетъ выпускъ I; дальнѣйшіе выпуски будутъ слѣдовать по порядку.

Первые 5 выпусковъ составятъ первый томъ (соотвѣтствующій первому тому оригинала о статически опредѣлимыхъ фермахъ); слѣдующіе 5 выпусковъ составятъ второй томъ (соотвѣтствующій II тому оригинала о статически неопредѣлимыхъ фермахъ).

С.-Петербургъ, Іюль, 1898 г.

Г. Кривошеинъ.
П. Казинъ.

ОГЛАВЛЕНІЕ

V ВЫПУСКА.

ОТДѢЛЪ X.

Рѣшетчатыя фермы Гербера (консольныя).

ОТДѢЛЪ XI.

Трехшарнирныя рѣшетчатыя арки.

ОТДѢЛЪ XII.

Статически опредѣлимые висячіе мосты и шарнирныя арки, усиленныя балкой.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

Нѣкоторыя данныя по нагрузкѣ сооруженій.

Литература.

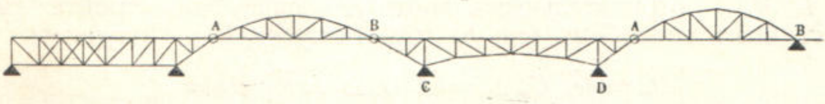
ОТДѢЛЪ X.

Рѣшетчатыя фермы Гербера (консольныя).

§ 44.

Линіи вліянія.

185. Введеніе. Для изслѣдованія рѣшетчатой фермы Гербера примѣнимъ тѣ же предположенія, что и для сплошной фермы Гербера: т. е., что подвижныя опоры перемѣщаются по *горизонтальному* пути, всѣ грузы дѣйствуютъ ***вертикально внизъ*** и всѣ расчлененныя части состоятъ изъ простой треугольной сѣти. *Независимыя фермы* (напримѣръ AB на фиг. 338) разсматриваются какъ простыя фермы; такимъ образомъ необходимо только опредѣлить напряженія частей фермы со свѣшивающимися концами. При этомъ достаточно вывести правила для случая фермы съ *двумя* консолями, а затѣмъ, чтобы перейти къ случаю фермы съ одной консолью, надо только предположить, что одна консоль не имѣетъ вѣса и ненагружена. Опредѣленіе напряженій въ поясахъ O и U разсмотрѣно уже раньше



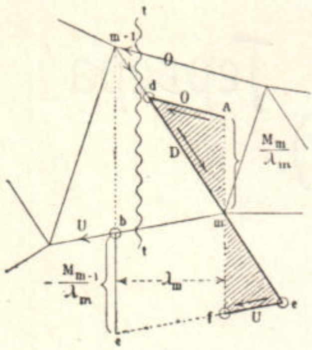
Фиг. 338.

въ № 156 (§ 34—Выпускъ IV), такъ какъ опредѣленіе O и U изъ выраженія для моментовъ M имѣетъ значеніе для всякой простой треугольной сѣти; нахожденіе же наибольшихъ и наименьшихъ значеній M изучено въ отдѣлѣ VI (Выпускъ II). Такимъ образомъ остается разсмотрѣть опредѣленіе напряженій въ *промежуточныхъ стержняхъ*. Въ фермахъ съ параллельными поясами эти напряженія быстрѣе всего получаются изъ суммы силъ, какъ это было уже выведено въ отдѣлѣ VI (примѣненіе этого способа будетъ приведено въ численномъ примѣрѣ слѣдующаго параграфа).

Въ фермахъ съ ломанными поясами рекомендуется больше всего пользованіе линіями вліянія, такъ какъ этотъ способъ болѣе нагляденъ. Кромѣ того можно воспользоваться также способомъ *Циммермана*.

Относительно послѣдняго способа остается сказать немного, такъ какъ общія изслѣдованія, примѣняемыя ко всякой треугольной сѣти, нагруженной внѣшними параллельными силами, приведены были раньше въ § 36 (Выпускъ IV).

Достаточно указать, что въ балкѣ Гербера моменты имѣютъ разные знаки. На фиг. 339 (часть рѣшетки) предполагается, что моментъ M_m положителенъ, а M_{m-1} отрицателенъ.



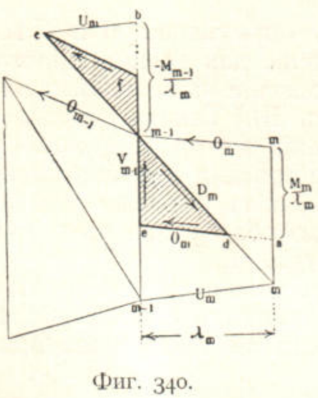
Фиг. 339.

Отрѣзки *ma* и *bc*, представляющіе отношенія $M_m : \lambda_m$ и $M_{m-1} : \lambda_m$, отложены отъ нижняго пояса (см. подобную же фигуру 248 а—Выпускъ IV), но *оба въ разныя стороны* отъ пояса.

Стрѣлки отрѣзковъ *ad*, *de*, *ef* показываютъ направленія напряженій O, D, U въ частяхъ фермы *лѣвѣе* сѣченія *tt*. Чтобы избѣгнуть ошибокъ при опредѣленіи направленій стрѣлокъ, достаточно помнить, что стержень $\frac{\text{верхняго}}{\text{нижняго}}$ пояса будетъ $\frac{\text{сжатъ}}{\text{растянутъ}}$, если моментъ M относительно противолежащаго узла будетъ положителенъ, и что горизонтальная проекція напряженій въ многоугольникѣ силъ O, D, U равняется нулю (всѣ внѣшнія силы вертикальны). На фигурѣ 339 можно было бы также отложить отрицательное значеніе $\frac{M_{m-1}}{\lambda_m}$ кверху отъ нижняго пояса, а положительное $\frac{M_m}{\lambda_m}$ книзу; если оба момента отрицательны, то цѣлесообразнѣе будетъ эти величины отложить обѣ кверху, чтобъ многоугольникъ силъ O, U, D лежалъ внутри рѣшетки. Точно такимъ же образомъ поступаютъ и для случая, показаннаго на фиг. 248 b (Выпускъ IV).

На фиг. 340 изображена часть фермы съ вертикалями; нагрузка дѣйствуетъ въ нижнихъ узлахъ. M_m принято положительнымъ, M_{m-1} отрицательнымъ. Многоугольникъ силъ строится вышеописаннымъ способомъ (см. № 167—Выпускъ IV). Получаемъ

$$O_m = \overline{de};\ U_{m-1} = \overline{ef};\ O_{m-1} = \overline{fc};\ D_m = \overline{cd}.$$



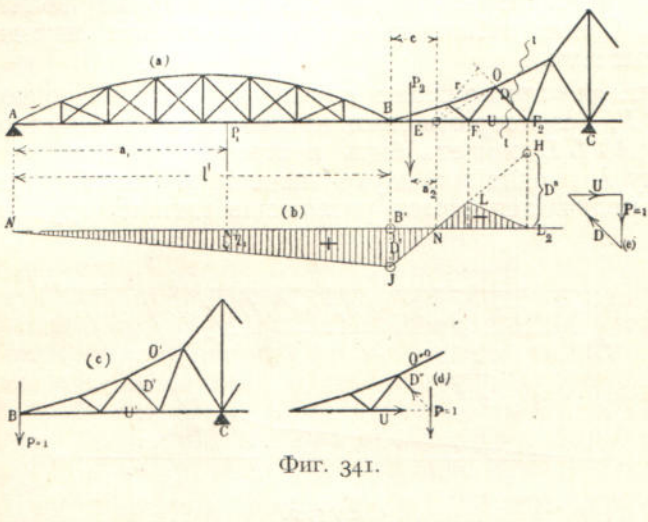
Фиг. 340.

Стрѣлки показываютъ въ какомъ направленіи дѣйствуютъ силы въ верхнемъ узлѣ $m-1$. Для правильнаго нанесенія направленій стрѣлокъ въ многоугольникѣ силъ достаточно помнить, что O_m означаетъ сжатіе, если M_m положительно.

Для примѣненія способа Zimmermann'а къ опредѣленію напряженій въ рѣшеткахъ фермы Гербера достаточно знать моменты относительно узловыхъ точекъ, которые опредѣляются на основаніи законовъ, выведенныхъ въ отдѣлѣ VI (Выпускъ II), причемъ ферму, необходимо нагружать такъ, чтобы искомыя напряженія приняли наибольшее значеніе. Послѣдній вопросъ быстрѣе всего рѣшается построеніемъ линій вліянія.

186. Линія вліянія для напряженія D въ діагонали свѣшивающагося конца (фиг. 341). Проведемъ требуемое сѣченіе tt черезъ разсматриваемую діагональ и возьмемъ сумму моментовъ всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на лѣвую часть балки, относительно E точки пересѣченія поясовъ O и U. F_1 и F_2 — двѣ сосѣднія поперечныя фермы. Положимъ, что между F_1 и шарниромъ B находится грузъ P_2, на разстояніи a_2 отъ точки E, а на смежной независимой фермѣ AB находится грузъ P_1, на разстояніи a_1 отъ шарнира A; послѣдній въ точкѣ B вызываетъ давленіе $\frac{P_1a_1}{l'}$. Если E лежитъ между B и F_1 (на разстояніи c отъ B) и a_2 будемъ считать положительнымъ, когда P_2 находится лѣвѣе E, то получимъ слѣдующее условіе равновѣсія:

$$\pm Dr - \frac{P_1a_1}{l'} \cdot c - P_2a_2 = 0,$$



Фиг. 341.

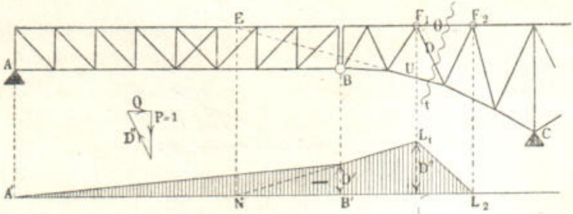
гдѣ r — величина перпендикуляра, опущеннаго изъ точки E на направленіе разсматриваемаго стержня; знаки плюсъ или минусъ берутся, смотря по тому, въ какую сторону происходитъ вращеніе напряженія D. Для случая, представленнаго на фиг. 341, имѣемъ:

$$D = +\frac{1}{r}\left(\frac{P_1a_1}{l'}c + P_2a_2\right).$$

Это выраженіе первой степени относительно a_1 и a_2; грузъ, находящійся въ F_2 или правѣе F_2, не оказываетъ никакого вліянія на D. Слѣдовательно, линія вліянія для D состоитъ изъ трехъ прямыхъ $A'J$, JL_1 и L_1L_2 (фиг. 341, b), которыя соотвѣтствуютъ частямъ фермъ AB, BF_1 и F_1F_2; вертикаль въ точкѣ E даетъ ординату, равную нулю, потому что грузъ P_2, проходящій черезъ E, вызываетъ въ діагонали D напряженіе $= 0$. Если, напримѣръ, намъ извѣстно напряженіе $\overline{B'J} = D'$, которое вызвано въ діагонали грузомъ $P = 1$, находящимся въ B, то легко будетъ вычертить линію вліянія и опредѣлить вліяніе каждаго груза P, въ формѣ $D = P\eta$. Напряженія D' находятъ по способу Cremona для случая нагрузки, изображенной на фиг. 341, с. Очень просто также построеніе линіи вліянія посредствомъ отрѣзка $\overline{L_2H} = D''$ на вертикали точки F_2. Величина этого отрѣзка можетъ быть опредѣлена слѣдующимъ способомъ. Беремъ часть фермы лѣвѣе сѣченія tt и ищемъ тѣ силы O, D'' и U, которыя уравновѣшиваются съ грузомъ $P = 1$, проходящимъ черезъ точку F_2 (фиг. 341, d). Находимъ $O = 0$, а помощью треугольника силъ получаемъ U и D'' (фиг. 341, е). Въ настоящемъ случаѣ D'' есть напряженіе, которое будетъ равняться 1 при вертикальномъ положеніи разсматриваемаго стержня.

Если точка E лежитъ между B и сѣченіемъ tt, то грузы лежащіе лѣвѣе E, вызываютъ въ подымающихся влѣво стержняхъ D растяженіе, грузы же, лежащіе правѣе E, — сжатіе. Слѣдовательно, если подвижная нагрузка дѣйствуетъ только на часть фермы AE или только на часть EF_2, то получимъ или $\max D$ или $\min D$. Въ случаѣ расположенія желѣзнодорожнаго поѣзда, для полученія $\max D$ или $\min D$, надо ставить самые тяжелые грузы вблизи B или вблизи F_1. Самое неблагопріятное расположеніе поѣзда опредѣляется попытками.

На фиг. 342 представленъ случай пересѣченія поясовъ O и U влѣво отъ B. Разсмотримъ опять влѣвоподымающійся стержень. Линія вліянія $A'JL_1L_2$ можетъ быть построена, какъ и прежде, опредѣляя точку E и одно изъ двухъ значеній D' или D'', причемъ величина D'' получается черезъ разложеніе единицы груза по направ-



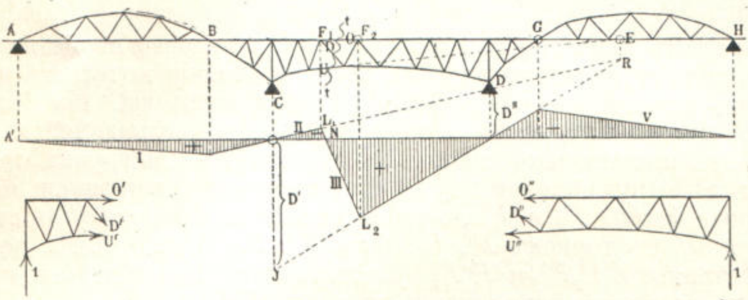
Фиг. 342.

леніямъ O и D; если точка E лежитъ невыгодно, то положеніе прямой JL_1 можно опредѣлить нанесеніемъ отрѣзковъ D' и D''. Фиг. 342 показываетъ, что, при положеніи точки E лѣвѣе B, во влѣвоподымающемся стержнѣ происходятъ только сжатія, которыя становятся наибольшими при полной нагрузкѣ части фермы AF_2.

Въ случаѣ сосредоточенныхъ грузовъ самые тяжелые надо ставить вблизи F_1. Въ стержняхъ, подымающихся вправо, происходятъ обратныя напряженія; такъ напримѣръ, если точка E, соотвѣтствующая стержню, подымающемуся вправо, лежитъ лѣвѣе B, то въ этомъ стержнѣ происходятъ только растяженія.

При пользованіи линіями вліянія для опредѣленія крайнихъ значеній напряженій слѣдуетъ руководствоваться правилами § 15 (Выпускъ II).

187. Линія вліянія для напряженія D діагонали средняго пролета CD, фиг. 343. Если требуется опредѣлить вліяніе грузовъ, которые находятся только между опорами C и D, то линія вліянія для части фермы CD опредѣлится на основаніи общихъ законовъ построенія линій вліянія, причемъ часть фермы CD разсматривается какъ простая ферма на двухъ опорахъ. Эта линія вліянія будетъ состоять изъ прямыхъ II, III, и IV (по № 168, Выпускъ IV). Прямыя II и IV отсѣкаютъ на вертикаляхъ опоръ отрѣзки D'' и D', причемъ D' есть напряженіе, происходящее въ діагонали D, если влѣво отъ сѣченія tt приложена только одна внѣшняя сила $C=1$ (фиг. 344); а D'' — есть напряженіе, происходящее въ той же діагонали, если вправо отъ сѣченія tt дѣйствуетъ только сопротивленіе опоры $D=1$ *). Чтобъ опредѣлить вліяніе грузовъ, находящихся на свѣшивающемся концѣ DG и на



Фиг. 344. Фиг. 343. Фиг. 345.

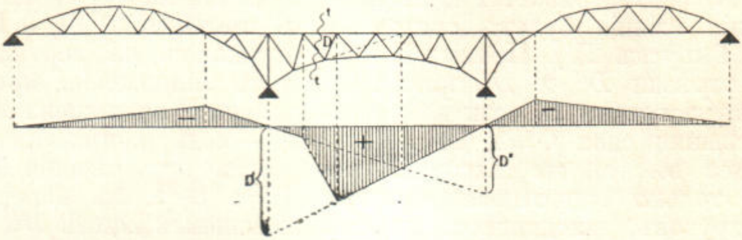
сосѣдней независимой фермѣ GH, надо принять въ соображеніе, что, въ случаѣ исключительной нагрузки части фермы F_2H, на отрѣзокъ фермы лѣвѣе сѣченія tt дѣйствуетъ только одна внѣшняя сила—сопротивленіе опоры C; отсюда слѣдуетъ, что ординаты линіи вліянія для напряженія D, на протяженіи между F_2 и H, должны быть пропорціональны соотвѣтствующимъ ординатамъ (опредѣленнымъ въ № 83, Выпускъ II) линіи вліянія для C. Поэтому части фермы DG соотвѣтствуетъ продолженіе прямой IV, а фермѣ GH—прямая V, которая проходитъ черезъ точку пересѣченія прямой IV съ вертикалью точки G. Подобнымъ путемъ опредѣляемъ вліяніе грузовъ, находящихся лѣвѣе C **). Отсюда можно сдѣлать выводъ, что прямыя II и IV должны пересѣчься на вертикали, проходящей черезъ точку пересѣченія поясовъ O и U, лежащихъ въ сѣченіи tt. Смотря по тому, гдѣ лежитъ E, вправо или влѣво отъ опоры D (фиг.

---

*) На фиг. 343 нагрузка предполагается дѣйствующей на верхніе узлы. F_1 и F_2 — поперечныя фермы, лежащія по обѣ стороны сѣченія tt.

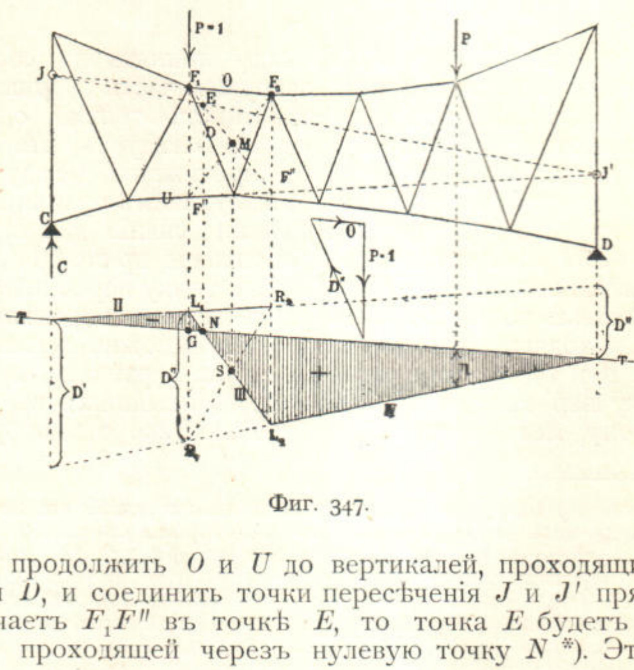
**) Очень легко можно построить линію вліянія для D, если устранимъ стержень D и обратимъ ферму въ кинематическую цѣпь, которая состоитъ изъ двухъ стержней (O и U) и четырехъ жесткихъ частей AB, BF_1, F_2G, GH; эти части при наступившемъ движеніи будутъ вращаться около полюсовъ, лежащихъ на вертикаляхъ точекъ A, C, D, H. Но каждой части соотвѣтствуетъ прямая, какъ линія вліянія, и эта прямая должна имѣть на вертикали подъ полюсомъ этой части ординату, равную нулю. Читателю рекомендуется всѣ линіи вліянія построить съ помощью ученія о геометрическомъ движеніи. (См. изслѣдованія въ № 146—149, Выпускъ III).

343 или 346), грузы, дѣйствующіе на часть фермы CF_1 или F_2D, вызовутъ въ діагонали D напряженія равнаго или противоположнаго знака. При удобномъ положеніи точки E, линію вліянія для D строимъ просто, откладывая D' или D''.



Фиг. 346.

Обратимъ вниманіе на нѣкоторыя замѣчательныя свойства части линіи вліянія, лежащей между C и D, на основаніи которыхъ можно провѣрить различными способами точность чертежа. На фиг. 347 нанесены ординаты η линіи вліянія для влѣво-подымающейся діагонали D отъ произвольно направленной оси TT. Нагрузка предполагается дѣйствующей сверху. Если проведемъ вертикали черезъ поперечныя фермы F_1 и F_2 до пересѣченія съ поясомъ U и съ прямыми II и IV въ точкахъ F', L_1, R_1 и F'', R_2, L_2, то точка пересѣченія M прямыхъ F_1F'' и $F'F_2$ будетъ лежать на вертикали, проходящей черезъ точку пересѣченія прямыхъ L_1L_2 и R_1R_2.



Фиг. 347.

Если продолжить O и U до вертикалей, проходящихъ черезъ опоры C и D, и соединить точки пересѣченія J и J' прямой, которая встрѣчаетъ F_1F'' въ точкѣ E, то точка E будетъ лежать на вертикали, проходящей черезъ нулевую точку N *). Эти заключе-

*) Вспомнимъ при этомъ способъ Culmann'а, служащій для опредѣленія положенія нулевой точки N, см. № 151 (§ 33, Выпускъ IV).

нія выведены на основаніи условія, что прямыя II и IV должны пересѣкаться на вертикали, проходящей черезъ точку пересѣченія поясовъ O и U.

Теперь изслѣдуемъ вліяніе груза $P=1$, который приложенъ въ узлѣ F_1, принадлежащему одновременно и нагруженному поясу и разсматриваемой діагонали. Возьмемъ часть фермы лѣвѣе сѣченія, проходящаго черезъ стержни O, D, U. На эту часть фермы дѣйствуютъ внѣшнія силы C и P. Если дѣйствуетъ только одна сила C, то въ разсматриваемой діагонали вызывается напряженіе, измѣряемое отрѣзкомъ R_1G; силы же C и P вмѣстѣ вызываютъ напряженіе $D=-\overline{GL_1}$. Изъ этого слѣдуетъ, что отрѣзокъ R_1L_1 даетъ величину того напряженія, которое вызывается въ діагонали D, если бы на лѣвой части фермы находился только грузъ P, приложенный въ F_1. Это напряженіе, которое обозначимъ D'', опредѣлится очень просто, если разложить P по направленіямъ O и D (построить треугольникъ силъ съ послѣдовательнымъ направленіемъ стрѣлокъ). Въ данномъ случаѣ получается для D'' сжатіе. Отсюда легко опредѣлить линію вліянія для напряженія D. Пусть D'' уже опредѣлено, тогда чертимъ треугольникъ $R_1L_1L_2$, такъ чтобъ вершина L_2 лежала противъ основанія $\overline{L_1R_1}=D''$ и затѣмъ на прямой L_1L_2 беремъ точку S, лежащую на вертикали точки M. Проводимъ прямую R_1SR_2, черезъ R_1 и L_2 прямую IV, черезъ L_1 и R_2 прямую II и наносимъ наконецъ ось TT *).

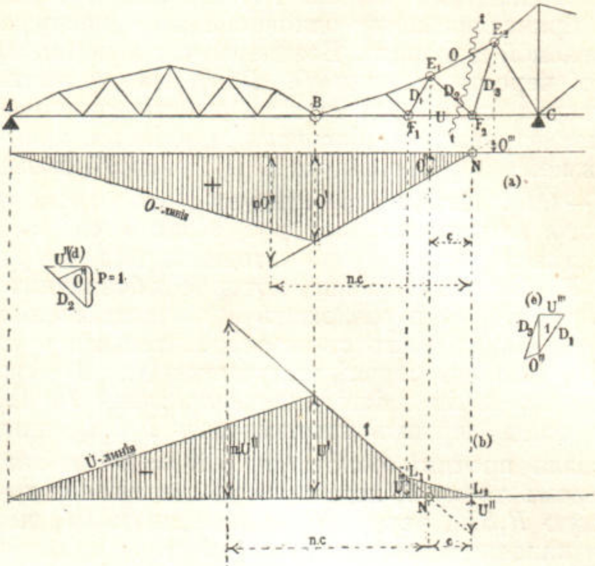
188. Линіи вліянія для напряженій въ поясахъ, могутъ быть получены изъ линій вліянія для моментовъ, но слѣдующій способъ будетъ короче.

a) Напряженія поясовъ O и U консоли BC. Линіи вліянія (фиг. 348) для напряженій O и U въ поясахъ, лежащихъ въ сѣченіи tt между поперечными балками F_1 и F_2, могутъ быть опредѣлены просто помощью напряженій O' и U', вычисленныхъ по способу *Cremona*, при дѣйствіи въ точкѣ B груза $P=1$ (фиг. 341, c.). Затѣмъ, линіи вліянія можно также вычертить, зная напряженія O'' и U''. Величина O'' получится черезъ разложеніе $P=1$ по направленіямъ O и D_2, а величина U черезъ разложеніе $P=1$ по направленіямъ U и D_2 (фиг. 348, d). При примѣненіи второго способа устраняются чертежныя ошибки, которыя легко получаются при проведеніи линіи I черезъ конецъ небольшой ординаты y вблизи нулевой точки N; поэтому удобнѣе будетъ значенія nO'' и nU'', полученныя отъ разложенія груза $n.1$, отложить отъ нулевой точки въ n — разъ большемъ разстояніи (n — означаетъ произвольное цѣлое число).

Прямую I, на фиг. 348 a, можно провести также при помощи ординаты O''' (отрицательной), соотвѣтствующей точкѣ E_2; величина этой ординаты получится разложеніемъ $P=1$ по направленіямъ O и D_3. Наконецъ, прямую I, на фиг. 348, b, можно опредѣлить посредствомъ ординаты U''', соотвѣтствующей точкѣ F_1. Величина

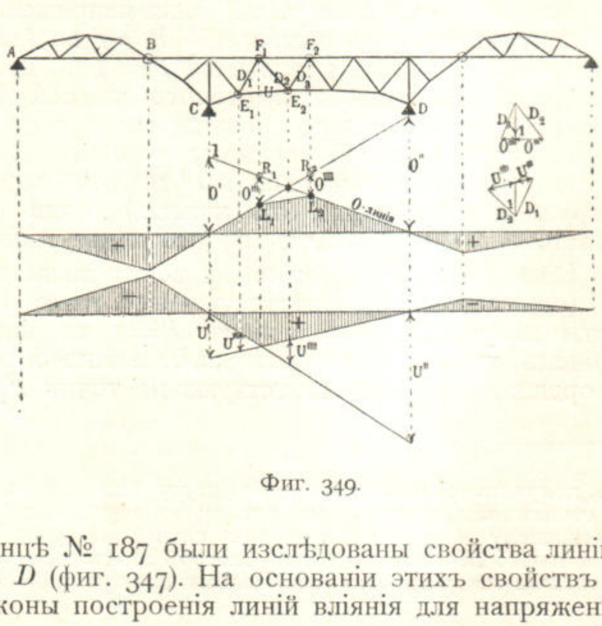
*) Чтобъ получить соотвѣтствующую фигуру для діагонали, подымающейся вправо, стоитъ только разсмотрѣть фиг. 347 въ зеркалѣ, такъ чтобъ F_1F_2 принадлежало нижнему поясу; тогда имѣемъ случай нагрузки, дѣйствующей снизу; слѣдуетъ только перемѣнить знаки. Способъ этотъ годится также тогда, когда O и U встрѣчаются между опорами. Полезно для практики всѣ эти случаи прочертить.

послѣдней получится, разлагая грузъ $P = 1$ по направленiямъ стержней U и D_1. Если стержень D_2 лежитъ вертикально, то вмѣсто O'' и U'' необходимо взять O''' и U'''.



Фиг. 348.

b) *Напряженія O и U въ поясахъ фермы между опорами C и D.* Линiи влiянiя для напряженiй O и U опредѣляются при помощи напряженiй O' и U' или O'' и U'', которыя соотвѣтствуютъ нагрузкамъ, представленнымъ на фиг. 344 и 345. Часть фермы между опорами разсматривается какъ простая балка, лежащая на двухъ опорахъ. На фиг. 349 изображенъ случай нагрузки, дѣйствующей сверху.



Фиг. 349.

Въ концѣ № 187 были изслѣдованы свойства линiй влiянiй для напряженiя D (фиг. 347). На основанiи этихъ свойствъ легко также вывести законы построенiя линiй влiянiя для напряженiй O и U.

Прямыя I и II, опредѣленныя значеніями O' и O'', отрѣзаютъ на вертикали точки F_1 напряженіе $\overline{R_1L_1} = O'''$, величина котораго получится, разлагая грузъ $P = 1$ по направленіямъ стержней O и D_2, пересѣкающихся въ точкѣ F_1; а напряженія, обозначенныя на фиг. 349 — O'''', U''' и U'''', опредѣляются по порядку разложеніемъ $P = 1$ по направленіямъ O и D_3, U и D_1, U и D_2. Очевидно, что для опредѣленія линіи вліянія для O достаточно только *одного* изъ четырехъ значеній O', O'', O''', O'''', точно также для опредѣленія линіи вліянія для U *одного* изъ четырехъ значеній U', U'', U''', U'''' *). Но чтобы провѣрить точность чертежа, лучше опредѣлить нѣсколько такихъ значеній.

---

§ 45.

Желѣзнодорожный мостъ по системѣ Гербера.

Численный примѣръ (листъ чертежей 5).

Изслѣдуемъ многопролетную ферму Гербера для желѣзнодорожнаго моста въ два пути. (Фиг. 350, листъ 5). Постоянная нагрузка $g = 1{,}74$ тоннъ на пог. метръ; подвижная нагрузка состоитъ изъ товарнаго поѣзда съ 3 локомотивами **).

I. Напряженія въ поясахъ консоли BC. Примѣнимъ способъ Zimmermann'a и опредѣлимъ значенія $M : \lambda$ частью расчетомъ, частью чертежомъ ***).

---

*) При рѣшеткѣ съ вертикалями нѣкоторыя значенія O'', O'''', U'', U''' равны нулю.

**) Соединенія независимыхъ фермъ съ консольными фермами можно устроить двоякимъ способомъ. Можно или соединить независимую ферму съ консолями шарнирами (способъ Гербера), или же на одномъ концѣ независимой фермы помѣстить неподвижный шарниръ, а на другомъ концѣ подвижную опору, какъ показано на фиг. 351. Въ первомъ случаѣ одна опора должна быть закрѣплена, остальныя должны быть подвижными, во второмъ же случаѣ каждая изъ кон-

Фиг. 351.

сольныхъ фермъ должна имѣть одну неподвижную, а другую подвижную опору. Въ обоихъ случаяхъ напряженія и сопротивленія опоръ опредѣляются однимъ и тѣмъ же способомъ. Послѣднее расположеніе примѣнено для моста черезъ Варту въ Познани, главныя фермы котораго подобны изслѣдуемой фермѣ. (Zeitschrift für Bauwesen, 1877, стр. 41, а также Heinzerling. Die Brücken der Gegenwart, I Abth. 3 Heft. 1897).

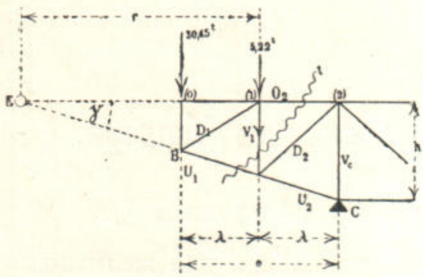
***) Конечно, для расчета русскихъ мостовъ слѣдуетъ примѣнять нормальные типы поѣздовъ, на основаніи циркуляра Мин. Путей Сообщ. отъ 15 Янв. 1896 г. за № 753. (См. Инженеръ 1896 г. № 5). См. въ концѣ выпуска V.

Примѣчаніе переводчиковъ.

1) *Моменты отъ постоянной нагрузки.* Ширина панели для консоли: $\lambda = 3{,}0$ мтр. Нагрузка узла 1 (фиг. 352) $= g\lambda = 1{,}74 \cdot 3 = 5{,}22$ тон., а нагрузка узла O, принимающаго половину вѣса независимой фермы длиной въ 32 м., равна $= \frac{1}{2} \cdot 1{,}74 \cdot 32 + \frac{1}{2} \cdot 5{,}22 = 30{,}45$ тон.

Отсюда можемъ получить:

$$(1) \qquad \begin{cases} M_{1g} = -30{,}45\,\lambda \\ M_{2g} = -30{,}45 \cdot 2\lambda - 5{,}22\lambda = -66{,}12\lambda = \\ \qquad = \text{опорному моменту } M_{C_g}. \end{cases}$$



Фиг. 352.

2) *Моменты отъ подвижной нагрузки.* Построимъ веревочный многоугольникъ (фиг. 353, листъ 5) для довольно длиннаго желѣзнодорожнаго поѣзда, причемъ, чтобъ этимъ многоугольникомъ можно было воспользоваться также для изслѣдованія фермъ съ параллельными поясами CD и $C'D'$, полюсное разстояніе беремъ кратнымъ высоты этихъ фермъ. Въ настоящемъ случаѣ взято $H = 4 \cdot 3{,}6 = 14{,}4$ мтр. Затѣмъ помѣщаемъ ферму подъ поѣздомъ въ положеніи I (обозначено краснымъ), проводимъ замыкающую линію s_1 для независимой фермы и продолжаемъ эту линію вправо. Получаемъ ординаты y_1 и y_2, лежащія на вертикаляхъ, проведенныхъ черезъ узелъ 1 и черезъ опору C.

Затѣмъ можно написать

$$M_{1p} = -Hy_1$$
$$\text{и } M_{2p} = -Hy_2 = \textit{опорному моменту } M_{C_p}.$$

Самое невыгодное положеніе фермы подъ поѣздомъ опредѣляется попытками, причемъ оба момента получаютъ свои наибольшія значенія при одномъ и томъ же положеніи поѣзда.

Раздѣливъ полученныя значенія на $\lambda = 3$ м., имѣемъ:

$$\frac{M_{1p}}{\lambda} = -y_1 \frac{H}{\lambda} = y_1 \cot\alpha \text{ и } \frac{M_{2p}}{\lambda} = -y_2 \cot\alpha,$$

гдѣ $\cot\alpha = \frac{H}{\lambda}$.

Сдѣлавъ вычисленія, найдемъ:

$$(2) \qquad \frac{M_{1p}}{\lambda} = -92{,}1 \text{ тон. и } \frac{M_{2p}}{\lambda} = -192{,}0 \text{ тон. *)}.$$

---

*) Эти значенія можно опредѣлить чертежемъ, фиг. 353, но для точности слѣдуетъ опредѣлить ихъ расчетомъ, измѣривъ сначала y.

Принявъ же во вниманіе постоянную нагрузку, получимъ:

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{M_1}{\lambda} = -92{,}1 - 30{,}4 = -122{,}5 \text{ тоннъ.} \\ \dfrac{M_2}{\lambda} = -192{,}0 - 66{,}1 = -258{,}1 \text{ тоннъ.} \end{cases}$$

Помощью этихъ значеній на фиг. 354 (листъ 5) опредѣлены по способу Zimmermann'а наибольшія напряженія U_1, U_2, O_2 и напряженіе первой діагонали, имѣющей наибольшее напряженіе одновременно съ наибольшимъ напряженіемъ для U_1, причемъ отношеніе $M:\lambda$ отложено отъ верхняго узла. Многоугольникъ силъ (соотвѣтствующій положенію фермы *I*, обозначенной краснымъ) заштрихованъ краснымъ и обозначенъ цифрою I.

По измѣреніи получаемъ:

$$U_1 = -142 \text{ тон.};\ U_2 = -225 \text{ тон.};$$
$$O_2 = +136 \text{ тон.};\ D_1 = +159 \text{ тон.}$$

Примѣчаніе. Значеніе момента M при дѣйствіи перемѣнной нагрузки можно опредѣлить также и расчетомъ. Отыщемъ M_C для положенія нагрузки, показанной на фиг. 355. Давленіе B, которое вызываютъ въ шарнирѣ B оба локомотива, стоящіе надъ независимымъ пролетомъ, опредѣлимъ на основаніи способа, изложеннаго въ № 79 (Выпускъ II), помощью таблицы II. Тогда получимъ (такъ какъ $b_n = 2{,}0$; $\mathfrak{P}_n = 132$ т.; $\mathfrak{S}_n = 1647{,}0$ т.):

$$Bl' = 2{,}0 \,.\, 132 + 1647{,}0 = 1911 \text{ тн. мтр.}$$

Если причислить грузъ, находящійся въ B, къ нагрузкѣ части AB, то получимъ

$$B = \frac{1911 + 13\,(32 - 1{,}4)}{32} + 13 = 85{,}15 \text{ т.},$$

а такъ какъ $\lambda = 3{,}0$ м., то

$$M_C = -\ 85{,}15 \,.\, 2\lambda - 9 \,.\, 0{,}6 - 13 \,.\, 4{,}6 = -192{,}03\lambda.$$

Прежде, чѣмъ произвести этотъ расчетъ, надо рѣшить, будетъ ли данное положеніе поѣзда самое неблагопріятное. Обозначимъ грузы, лежащіе

Фиг. 355.

между A и B черезъ P', грузы — между B и C черезъ P'', а разстояніе этихъ грузовъ отъ A и C черезъ a' и a''.

Получимъ (фиг. 355):

$$Bl' = \Sigma P'a' \text{ и}$$

$$M_C = -Bx - \Sigma P''a'' = -\left[\frac{x}{l'}\,\Sigma P'a' + \Sigma P''a''\right].$$

Если теперь передвинемъ поѣздъ вправо на безконечно малое разстояніе ξ, то a' перемѣнится на $a'+\xi$ и a'' — на $a''-\xi$; а $(-M_C)$ измѣнится на величину

$$\left(\frac{x}{l'}\Sigma P'-\Sigma P''\right)\xi.$$

Если вслѣдствіе передвиженія поѣзда $(-M_C)$ уменьшится, то должно существовать слѣдующее неравенство:

(I) $$x\Sigma P' < l'\Sigma P''.$$

Слѣдовательно, если будетъ существовать такое неравенство

(II) $$x\Sigma P' > l'\Sigma P'',$$

то $(-M_C)$ вслѣдствіе передвиженія поѣзда *влѣво*, уменьшится.

Оба неравенства должны быть удовлетворены, если только принятое положеніе грузовъ будетъ самымъ опаснымъ. Причемъ не надо забывать причислять грузъ, находящійся въ B, къ грузамъ P' или P'', смотря по тому, въ какую сторону будетъ подвинутъ поѣздъ.

Для даннаго примѣра при передвиженіи поѣзда вправо имѣемъ:

$\Sigma P' = 6 . 9 + 7 . 13 = 145$ тоннъ,

$\Sigma P'' = 2 . 13 + 9 = 35$ тоннъ (при $x = 6$ м. и $l' = 32$ м.)

$$6 \times 145 < 32 \times 35,$$

а при передвиженіи влѣво:

$\Sigma P' = 145 + 13 = 158$ тоннъ,

$\Sigma P'' = 35 - 13 = 22$ тоннъ, и

$$6 \times 158 > 32 \times 22.$$

Слѣдовательно, оба неравенства (I) и (II) удовлетворены. Вообще же долженъ получить преимущество графическій способъ, потому что выводъ неравенствъ связанъ съ предположеніемъ весьма малыхъ перемѣщеній. Если же въ данномъ случаѣ передвинуть поѣздъ влѣво на 1,4 мтр., то случайно найдемъ другое положеніе поѣзда, также удовлетворяющее условіямъ I и II. Отъ суммы $\Sigma P''$ отнимается 13 тоннъ, находившихся раньше въ B, и прибавляется новыхъ 9 тоннъ. Теперь легко опредѣлить соотвѣтствующія измѣненія суммъ $\Sigma P'a'$ и $\Sigma P''a''$ и дополнить соотвѣтствующимъ образомъ условія I и II; опредѣленіе опаснѣйшаго положенія становится сложнѣе. Вслѣдствіе передвиженія поѣзда влѣво на величину ξ_2 (фиг. 355) $(-M_C)$ увеличивается на величину $\left(\Sigma P'' - \frac{x}{l'}\Sigma P'\right)\xi_2$, гдѣ $\Sigma P'' = 158$ тоннъ, и $\Sigma P' = 22$ тоннъ. Эта величина отрицательна, потому что, какъ сказано было раньше, неравенство II удовлетворено. Вслѣдствіе дальнѣйшаго передвиженія на $\xi_1 - \xi_2$ къ суммѣ $\Sigma P''$ прибавляется новый грузъ $P_o = 9$ тоннъ, $\Sigma P'$ остается неизмѣннымъ, а моментъ $(-M_C)$ увеличивается на величину:

$$\left(\Sigma P'' + P_o - \frac{x}{l'}\Sigma P'\right)(\xi_1 - \xi_2).$$

Въ общемъ, значитъ, моментъ $(-M_C)$ увеличивается на величину:

$$\left(\Sigma P'' - \frac{x}{l'}\Sigma P'\right)\xi_2 + \left(\Sigma P'' + P_o - \frac{x}{l}\Sigma P'\right)(\xi_1 - \xi_2) =$$

$$= \left(\Sigma P'' = \frac{x}{l'}\Sigma P'\right)\xi_1 + P_o(\xi_1 - \xi_2) =$$

$$= \left(22 - \frac{6}{32} . 158\right)1{,}4 + 9\,(1{,}4 - 0{,}9) = -6\,14 \text{ тоннъ}.$$

Слѣдовательно, при передвиженіи поѣзда на $\xi = 1{,}4$ м., моментъ $-M_C$) уменьшается.

II. Напряженія промежуточныхъ стержней V_1, D_2, V_c консоли BC. (фиг. 352). Если M_E будетъ обозначать моментъ внѣшнихъ силъ, приложенныхъ лѣвѣе сѣченія tt, относительно точки пересѣченія E поясовъ O_2 и U_1, а r — разстояніе силы V_1 отъ E, то получимъ:

$$V_1 r + M_E = 0 \text{ и } V_1 = -\frac{M_E}{r}.$$

Наибольшему моменту M_E соотвѣтствуетъ также и наибольшее сжатіе. На основаніи выведеннаго въ № 186 изслѣдованія о линіяхъ вліянія узнаемъ, что, въ случаѣ расположенія точки E лѣвѣе B, въ вертикали (разсматриваемой какъ стержень, подымающійся влѣво) происходятъ только сжатія, что для полученія $\min V_1$ надо нагрузить вполнѣ всю независимую ферму AB и консоль $B(1)$ и, наконецъ, что самые тяжелые грузы надо помѣстить на узлѣ (1), лежащемъ влѣво отъ сѣченія tt. Поэтому ферму располагаютъ подъ поѣздомъ въ положеніе II (на фиг. 353 обозначено синимъ). Затѣмъ проводятъ замыкающія линіи s_2 для независимаго пролета и s для панели 1—2 и опредѣляютъ величину отрѣзка η, отсѣкаемаго на вертикали точки E прямыми s_2 и s. Если предположить, что грузы, лежащіе на независимой фермѣ AB, разложены на опоры A и B, а грузъ, лежащій въ панели 1—2, — на узлы 1 и 2, то прямыя s_2 и s можно разсматривать какъ внѣшнія стороны веревочнаго многоугольника, построеннаго для силъ, дѣйствующихъ на часть фермы $B1$. Тогда по общимъ законамъ графической статики найдемъ:

$$M_E = +H\eta, \text{ и затѣмъ получаемъ окончательно } (-V_1)_p = \frac{H\eta}{r}.$$

Эта величина построена на фиг. 357, гдѣ $\overline{E(1)} = r$ и $ER = H$. Затѣмъ, на этой же фигурѣ, можно опредѣлить $\max D_{p_2}$, разлагая V_{p_1} по направленіямъ U и D_2 *). Напряженія V_{g_1} и V_{g_2}, вызываемыя постоянной нагрузкой, опредѣлятся по способу Cremona или по способу Zimmermann'a (посредствомъ уже извѣстныхъ значеній $M_{g_1} : \lambda$ и $M_{g_2} : \lambda$). Значенія $\max D_2$ и $\min V_1$ опредѣляются изъ значеній $M_2 : \lambda$ и $M_1 : \lambda$, на фиг. 354 **), причемъ части этихъ значеній, зависящія отъ подвижной нагрузки, опредѣлены съ помощью веревочнаго многоугольника на фиг. 353.

Послѣ построеній получаемъ слѣдующіе результаты ***):

$$\frac{M_1}{\lambda} = \frac{M^g{}_1}{\lambda} + \frac{M_{p1}}{\lambda} = -30{,}4 - \frac{Hy'}{\lambda} = -30{,}4 - 78{,}4 = -109{,}1 \text{ тоннъ};$$

$$\frac{M_2}{\lambda} = -66{,}1 - \frac{Hy''}{\lambda} = -66{,}1 - 184{,}3 = -250{,}4 \text{ тоннъ};$$

$$\max D_2 = +118 \text{ тон.}, \ \min V_1 = -104{,}8 \text{ тоннъ}.$$

---

*) На фиг. 357 опредѣленіе $\max D_{p_2}$ возможно, потому что U_1 и U_2 имѣютъ одно и тоже направленіе; въ другихъ случаяхъ D_{p_2} опредѣлится уравненіемъ моментовъ Ritter'a относительно точки пересѣченія O_2 и U_2.

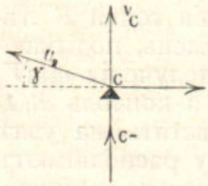
**) Такой путь опредѣленія цѣлесообразнѣе, потому что маленькія ошибки при проведеніи замыкающей линіи s вызываютъ значительныя неточности.

***) На фиг. 354 вмѣсто нанесенія $M_2 : \lambda$ отложено отъ точки $C - M_1 : \lambda$.

До сихъ поръ постоянная нагрузка g предполагалась дѣйствующей только на верхній поясъ. Если разложить g на $g_u = 0{,}45$ тон. и $g_0 = 1{,}74 - 0{,}45$, то на нижній узелъ (1) придется грузъ $g_u\lambda = 0{,}45 \cdot 3{,}0 = 1{,}35$ тон.; тогда получаемъ:

$$V_1 = -104{,}8 + g\lambda = -103 \text{ тонны.}$$

Напряженіе V_c *въ вертикали надъ опорой* C, фиг. 352 и 350 опредѣляется изъ уравненія равновѣсія для узловой точки C, (сравни фиг. 358).



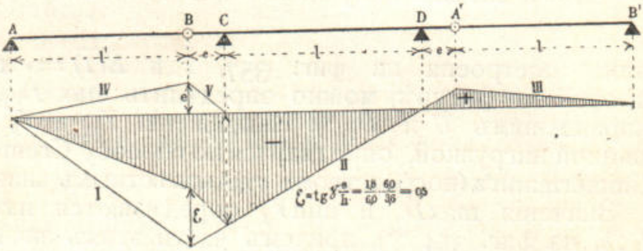
Фиг. 358.

$$V_c + U_2 \sin\gamma + C - G_u = 0, \text{ или}$$
$$V_c = -C - U_2 \sin\gamma + G_u, \text{ гдѣ}$$

$G_u = 0{,}45\ (3{,}0 + 3{,}6)\ {}^1/_2 = 1{,}5$ тон. означаетъ постоянную нагрузку узла C. Но $U_2 \cos\gamma = \frac{M_c}{h}$, гдѣ h = высотѣ разсматриваемой вертикали, поэтому получаемъ:

$$V_c = -C - \frac{M_c}{h} \operatorname{tg}\gamma + G_u. \tag{4}$$

Теперь строимъ линію вліянія для V_c, прибавивъ къ ординатамъ линіи вліянія для C ординаты линіи вліянія для M_c, умноженныя на $\frac{1}{h}\, tg\ \gamma$. Значеніе G_u равняется нулю. На фиг. 359 построена



Фиг. 359.

линія вліянія для C, состоящая изъ прямыхъ I, II, III, и линія вліянія для M_c, состоящая изъ прямыхъ IV, V; первая имѣетъ въ точкѣ C ординату 1, послѣдняя въ точкѣ B ординату e. Если взять $\varepsilon = tg\ \gamma \frac{e}{h}$, то заштрихованная на фиг. 359 площадь представляетъ площадь вліянія для напряженія V_c *).

Фиг. 360.

*) Если вправо отъ C поясъ наклоненъ подъ угломъ γ', то надо взять $\varepsilon = \frac{h}{e}\ (tg\gamma + tg\gamma')$, фиг. 360.

Изъ разсмотрѣнія линіи вліянія слѣдуетъ, что данная вертикаль испытываетъ наибольшее сжатіе ($_{min}V_C$), если ферма нагружена только между A и D, а самые тяжелые грузы лежатъ вблизи B; наименьшее же сжатіе или наибольшее растяженіе ($_{max}V_C$) происходятъ при нагрузкѣ только консоли DA' и сосѣдней независимой фермы $A'B'$, причемъ самые тяжелые грузы надо ставить вблизи A'. Для опредѣленія $_{min}V_C$ ставимъ ферму въ положеніе III (фиг. 353), затѣмъ проводимъ замыкающую линію s_3, соотвѣтствующую независимой фермѣ AB, и наконецъ проводимъ прямую s'_3, соединяющую двѣ точки пересѣченія вертикалей D и C съ веревочнымъ многоугольникомъ и линіей s_3. Проведенные черезъ полюсъ лучи, параллельные прямымъ s_2 и s'_3, отрѣзаютъ на многоугольникѣ силъ сопротивленіе опоры C_p для принятаго случая нагрузки III; затѣмъ ордината y, соотвѣтствующая точкѣ C, опредѣлитъ значеніе:

$$\frac{M_{C_p}}{\lambda} = -\frac{Hy}{\lambda}.$$ Такимъ образомъ найдемъ

$$C_p = 191{,}0 \text{ тон. и } M_{C_p} = -157{,}6\,\lambda.$$

При дѣйствіи постоянной нагрузки получаемъ реакцію опоры:

$$(5)\quad C_g = \frac{1}{2}gl' + gc + \frac{1}{2}gl = 1{,}74\left[\frac{1}{2}\cdot 32 + 6 + \frac{1}{2}\cdot 36\right] = 69{,}6 \text{ тон.},$$

а изъ уравненія (2):

$$M_{C_g} = -66{,}1\,\lambda.$$

Напряженіе U_2 опредѣлится, когда будетъ извѣстно значеніе

$$\frac{M_C}{\lambda} = -157{,}6 - 66{,}1 = -223{,}7 \text{ тоннъ};$$

значеніе U_2 построено на фиг. 354, на которой отложено $\overline{a2} = 223{,}7$ тон.; тогда U_2 = отрѣзку ac. По опредѣленіи

$$C - G_u = 191{,}0 + 69{,}6 - 1{,}5 = 259 \text{ тоннъ},$$

можно построить многоугольникъ силъ для узла C (фиг. 356), изъ котораго получаемъ:

$$_{min}V_C = -203 \text{ тоннъ *)}.$$

Для нахожденія $_{max}V_C$ располагаемъ поѣздъ такъ, чтобъ надъ опорой D вызвать наибольшій моментъ M_D, причемъ грузы, лежащіе влѣво отъ D, не будемъ принимать во вниманіе **).

---

*) V_C можно также скоро опредѣлить и расчетомъ; зная $\lambda = 3{,}0$ м., $tg\gamma = \frac{1{,}8}{6{,}0}$ и $h = 3{,}6$ м., найдемъ $V_C = -C + G_u - \frac{1}{4}\,\frac{M_C}{\lambda}$.

**) На основаніи разсужденій, выведенныхъ въ № 89 (§ 21—Выпускъ II).

Подвижная нагрузка вызываетъ по уравн. (3):

$$M_D = -258{,}1\,\lambda = -258{,}1\,.\,3{,}0 = -774{,}3 \text{ тонно-мтр.},$$

а слѣдовательно:

$$_{min}C_p = \frac{M_D}{l} = -\frac{774{\cdot}3}{36} = -21{,}5 \text{ тоннъ.}$$

Теперь опредѣлимъ V_C, вычисляя значенія:

$$_{min}C = {}_{min}C_p + C_g = -21{,}5 + 69{,}6 = 48{,}1 \text{ тоннъ}$$

$$\text{и } \frac{M_C}{\lambda} = \frac{M_{Cg}}{\lambda} = -66{,}1 \text{ тоннъ;}$$

построивъ фигуру, подобную ранѣе вычерченной, получимъ изъ нея

$$_{max}V_C = -30 \text{ тоннъ.}$$

Для полученія напряженія въ вертикали надъ опорой D' (ср. фиг. 350) повторяютъ только что приведенный расчетъ для V_C въ предположеніи, что на фиг. 359 недостаетъ части фермы DB'.

Сопротивленіе опоры C при дѣйствіи постоянной нагрузки опредѣлится изъ уравненія:

$$C_g l = gl\,.\,\frac{l}{2} + ge\,.\,\frac{l+e}{2} + \frac{gl'}{2}(l+e), \text{ откуда}$$

$$C_g = \frac{1}{2}\,g\left[l + \frac{(l+e)(l'+e)}{l}\right] = \tag{6}$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 1{,}74\left[36 + \frac{(36+6)(32+6)}{36}\right] = 80{,}0 \text{ тоннъ.}$$

При томъ положеніи нагрузки, которое даетъ $_{min}V$, получаемъ тѣ же самыя значенія: $C_p = 191{,}0$ тон.

$$\text{и } M_C = -223{,}7 \text{ тоннъ;}$$

и такъ какъ раньше было выведено $C_g = 69{,}6$ тон., то наибольшее *сжатіе* V измѣняется только на $80{,}0 - 69{,}6 = 10$ тоннъ (около); т. е. оно равняется теперь $203 + 10 = 213$ тоннъ. Разсматриваемая вертикаль только сжата. Ея наименьшее напряженіе получается при дѣйствіи только постоянной нагрузки; сдѣлавъ описанныя раньше построенія для значеній $C = C_g = 80{,}0$ тоннъ и $M_C = M_{Cg} = -66{,}1\lambda$, найдемъ:

$$V = -62 \text{ тонны.}$$

Примѣчаніе. Ради наглядности всѣ напряженія консоли BC, въ цѣлыхъ тоннахъ, вписаны въ фиг. 368. Для каждой изъ силъ D_1, V_1, D_2, O_2, U_1, U_2 дано только наибольшее численное значеніе; соотвѣтствующіе стержни будутъ либо только сжаты, либо только растянуты. Если требуется опредѣлить *допускаемое* натяженіе стержня въ зависимости отъ отношенія наименьшаго и наибольшаго напряженія, то наименьшія напряженія опредѣлятся легко, напр. по способу Cremona, если на часть фермы BC будетъ дѣйствовать только постоянная нагрузка. Но тогда въ вышеприведенныхъ изслѣдованіяхъ надо принять, что $g = o$, т. е. принять во вниманіе только перемѣнную нагрузку.

III. Предѣльныя значенія сопротивленій опоры C. Сопротивленіе опоры C получаетъ свое наибольшее значеніе, если поѣздъ поставить въ положеніе IV (фиг. 353). Грузы, находящіеся лѣвѣе D, предполагаются устраненными. Затѣмъ проводятъ прямыя s_4 и s_4', а черезъ полюсъ линіи, имъ параллельныя, которыя въ многоугольникѣ силъ отрѣзаютъ сопротивленіе опоры $_{max}C_p = 193{,}7$ тоннъ. Опасное положеніе нагрузки находится попытками. При $C_g = 69{,}6$ находимъ окончательно

$$_{max}C = 193{,}7 + 69{,}6 = 263 \text{ тонны.}$$

Для наименьшаго значенія сопротивленія опоры раньше было опредѣлено: $_{min}C = 48$ тоннъ. Если $_{min}C$ получится отрицательнымъ, то опору необходимо прикрѣпить къ быку.

Давленіе на первой промежуточной опорѣ всегда положительно. Его наибольшее значеніе равняется:

$$193{,}7 + 80{,}0 = 273{,}7 \text{ (см. уравн. 6).}$$

IV. Напряженія въ параллельныхъ поясахъ фермы. *а) Ферма съ двумя консолями (третій пролетъ).* Для опредѣленія момента M_m относительно узловой точки m для какого нибудь состоянія нагрузки предполагаемъ консоли удаленными, и тогда часть фермы CD разсматривается какъ простая балка. Моментъ M_{0m}, полученный при этомъ предположеніи, уменьшаютъ на величину ординаты прямой $C'D'$, соотвѣтствующей точкѣ m (см. фиг. 121, выпускъ II). Эта прямая опредѣлена отрицательными опорными моментами: $\overline{CC'} = M_C$ и $\overline{DD'} = M_D$; мы будемъ впослѣдствіи называть ее *замыкающей линіей s.* Затѣмъ, зная M_m, находимъ величину напряженія части пояса, лежащей противъ узла m: $\dfrac{M_m}{h}$.

Если моменты опредѣлялись помощью веревочнаго многоугольника съ полюснымъ разстояніемъ $H = \varepsilon h$, гдѣ ε — произвольное число, то тогда получимъ:

$$\frac{M_m}{h} = \frac{Hy_m}{h} = \varepsilon y_m .$$

Наибольшія и наименьшія значенія y_m для данной фермы представлены на фиг. 361. На правой половинѣ показаны значенія $_{max}y_m$, на лѣвой — $_{min}y_m$. Правая половина соотвѣтствуетъ тому случаю, когда будетъ нагружена вся часть фермы CD при отсутствіи нагрузки на консоляхъ и на независимыхъ пролетахъ. Опорные моменты, выведенные изъ уравн. (2), принимаютъ тогда значенія:

$$M_{C_g} = M_{D_g} = -66{,}1 \cdot 3{,}0;$$

этому отвѣчаютъ ординаты (при полюсномъ разстояніи $= 4h = 4 \cdot 3{,}6$ мтр.):

$$y_{C_g} = y_{D_g} = -\frac{66.1 \cdot 3.0}{4 \cdot 3{,}6} = -13{,}8 \text{ тоннъ;}$$

а зная ординаты, опредѣлимъ и замыкающую линію s_1 (горизонтальная, на фиг. 361). Ординаты многоугольника моментовъ M_0 совпадаютъ съ ординатами многоугольника наибольшихъ моментовъ, фиг. 112, для простой балки (см. № 77 — выпускъ II) *).

Теперь легко находимъ слѣдующія значенія: (при $\varepsilon = 4$).

$_{max}y_0 = -13,8$ т.		
$_{max}y_1 = +14,4$ „	$_{min}O_1 = -4.14.4 = -58$ т.**)	$_{max}U_1 = -4.13,8 = -55$ т.
$_{max}y_2 = +34,9$ „	$_{min}O_2 = -4.34,9 = -140$ „	$_{max}U_2 = +58$ тон.
$_{max}y_3 = +49,9$ „	$_{min}O_3 = -4.49,9 = -200$ „	$_{max}U_3 = +140$ „
$_{max}y_4 = +58,4$ „	$_{min}O_4 = -4.58,4 = -234$ „	$_{max}U_4 = +200$ „
$_{max}y_5 = +61,9$ „	$_{min}O_5 = -4.61,9 = -248$ „	$_{max}U_5 = +234$ „

Для полученія наибольшихъ отрицательныхъ значеній y, представленныхъ на лѣвой половинѣ фиг. 361, нагружаемъ часть фермы CD только постоянной нагрузкой, а лѣвѣе C и правѣе D ставимъ грузы такъ, чтобъ получить наибольшіе моменты M_C и M_D.

Вмѣсто многоугольника для M_0 получаемъ теперь многоугольникъ для M_{0g}, вершины котораго лежатъ на параболѣ со стрѣлкой: $\frac{gl^2}{8H} = \frac{1.74 \cdot 36^2}{8.3,6} = 196$ тоннъ, а вмѣсто замыкающей линіи s_1 получаемъ линію s_2, лежащую выше на $\frac{M_{Cp}}{H} = -y_C$, гдѣ $y_C = y_2$, что соотвѣтствуетъ положенію фермы I на фиг. 353.

Теперь находимъ слѣдующія значенія:

$_{min}y_0 = -53,8$ т.		
$_{min}y_1 = -46,7$ „	$_{max}O_1 = +4.46,7 = +187$ т.	$_{min}U_1 = -4.53,8 = -215$ т.
$_{min}y_2 = -41,3$ „	$_{max}O_2 = +4.41,3 = +165$ „	$_{min}U_2 = -187$ тон.
$_{min}y_3 = -37,3$ „	$_{max}O_3 = +4.37,3 = +149$ „	$_{min}U_3 = -165$ „
$_{min}y_4 = -34,9$ „	$_{max}O_4 = +4.34,9 = +140$ „	$_{min}U_4 = -149$ „
$_{min}y_5 = -34,2$ „	$_{max}O_5 = +4.34,2 = +137$ „	$_{min}U_5 = -137$ „

b) Ферма съ одной консолью (первый пролетъ). Нагружаемъ всю часть фермы между C и D, консоль же у D оставляемъ безъ нагрузки. Замыкающая линія s_1 пройдетъ черезъ опору A, а въ точкѣ D будетъ имѣть ординату $= -13,8$ тон. (фиг. 362, а, листъ 5). Многоугольникъ для моментовъ M_0 тотъ же, что и для фиг. 361. Такъ какъ наибольшее значеніе y отвѣчаетъ узлу 5, то при расчетѣ напряженій въ поясахъ надо предположить, что діагонали влѣво отъ узла 5 — подымаются влѣво, а вправо отъ узла 5 — подымаются вправо.

Теперь найдемъ:

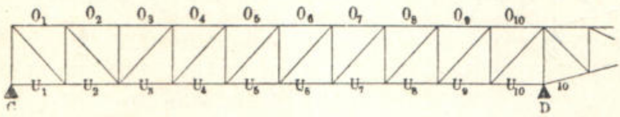
$_{max}y_1 = +26,8$ тон.	$_{min}O_1 = -4.26.8 = -107$ т.	$U_1 = 0$
$_{max}y_2 = +45,9$ „	$_{min}O_2 = -4.45.9 = -184$ „	$_{max}U_2 = +107$ тон.
$_{max}y_3 = +59,6$ „	$_{min}O_3 = -4.59.6 = -238$ „	$_{max}U_3 = +184$ „
$_{max}y_4 = +66,7$ „	$_{min}O_4 = -4.66,7 = -267$ „	$_{max}U_4 = +238$ „
$_{max}y_5 = +68,8$ „	**$_{min}O_5 = -4.68.8 = -275$** „	**$_{max}U_5 = +267$** „

*) Напр. ордината $\overline{22'}$ на фиг. 361 равна ординатѣ y_2 на фиг. 112. Необходимо только принять во вниманіе различные масштабы на листахъ 1 и 5.

**) Умноженіе на 4 можно и не производить, но тогда на фиг. 361 масштабъ силъ: 1см. = 30Т. измѣнится на: 1см. = 4 . 30 = 120Т. Тогда ординаты y представятъ силы O и U.

${}_{max}y_6 = +\,63{,}9$ „	${}_{min}O_6 = {}_{min}O_5 = -\,275$ „	${}_{max}U_6 = +\,256$ „
${}_{max}y_7 = +\,54{,}1$ „	${}_{min}O_7 = -4 \cdot 63{,}9 = -\,256$ „	${}_{max}U_7 = +\,216$ „
${}_{max}y_8 = +\,37{,}7$ „	${}_{min}O_8 = -4 \cdot 54{,}1 = -\,216$ „	${}_{max}U_8 = +\,151$ „
${}_{max}y_9 = +\,15{,}8$ „	${}_{min}O_9 = -4 \cdot 37{,}7 = -\,151$ „	${}_{max}U_9 = +\,63$ „
${}_{max}y_{10} = -\,13{,}8$ „	${}_{min}O_{10} = -4 \cdot 15{,}8 = -\,63$ „	${}_{max}U_{10} = -\,4 \cdot 13{,}8 =$
		$= -\,55$ тон.

Для опредѣленія значенія ${}_{min}y$ нагружаютъ ферму правѣе точки D такъ, чтобъ получился наибольшій моментъ, а между C и D оставляютъ только постоянную нагрузку. Изъ фигуры 362,b



Фиг. 363.

находимъ тогда, что наибольшее (положительное) значеніе y принадлежитъ узлу *2*, если при разсчетѣ напряженій поясовъ было принято распредѣленіе діагоналей, показанное на фиг. 363. Теперь получимъ:

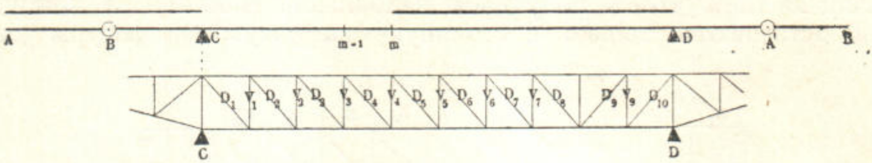
${}_{min}y_1 = +\,1{,}7$ тон.	${}_{max}O_1 = -4 \cdot 1{,}7 = -\,7$ т.	$U_1 = 0$
$\min y_2 = +\,1{,}8$ „	$\max O_2 = -4 \cdot 1{,}8 = -\,7$ „	$\min U_2 = +\,7$ тон.
${}_{min}y_3 = +\,0{,}3$ „	${}_{max}O_3 = {}_{max}O_2 = -\,7$ „	${}_{min}U_3 = +\,1$ „
${}_{min}y_4 = -\,2{,}7$ „	${}_{max}O_4 = -4 \cdot 0{,}3 = -\,1$ „	${}_{min}U_4 = -\,11$ „
${}_{min}y_5 = -\,7{,}3$ „	${}_{max}O_5 = +4 \cdot 2{,}7 = +\,11$ „	${}_{min}U_5 = -\,29$ „
${}_{min}y_6 = -\,13{,}5$ „	${}_{max}O_6 = +4 \cdot 7{,}3 = +\,29$ „	${}_{min}U_6 = -\,54$ „
${}_{min}y_7 = -\,21{,}2$ „	${}_{max}O_7 = +4 \cdot 13{,}5 = +\,54$ „	${}_{min}U_7 = -\,85$ „
${}_{min}y_8 = -\,30{,}5$ „	${}_{max}O_8 = +4 \cdot 21{,}2 = +\,85$ „	${}_{min}U_8 = -\,122$ „
${}_{min}y_9 = -\,41{,}4$ „	${}_{max}O_9 = +4 \cdot 30{,}5 = +\,122$ „	${}_{min}U_9 = -\,166$ „
${}_{min}y_{10} = -\,53{,}8$ „	${}_{max}O_{10} = +4 \cdot 41{,}4 = +\,166$ „	${}_{min}U_{10} = -\,4 \cdot 53{,}8 =$
		$= -\,215$ тон.

Полученныя значенія для наглядности вписаны въ фиг. 368.

V. Напряженія въ промежуточныхъ стержняхъ фермы съ параллельными поясами. *а) Ферма съ двумя консолями* (третій пролетъ). Если сумма силъ Q извѣстна, то напряженія въ промежуточныхъ стержняхъ фермы съ параллельными поясами находятся на основаніи общихъ законовъ опредѣленія ихъ для обыкновенной фермы съ параллельными поясами, лежащей на двухъ опорахъ, (по § 42 — Выпускъ IV). Чтобъ получить ${}_{max}Q_m$ для m-ой панели, нагружаемъ ферму лѣвѣе C такъ, чтобъ эта нагрузка давала наибольшій моментъ, и кромѣ того нагружаемъ часть отъ D до m. Вліяніе послѣднихъ грузовъ опредѣлимъ помощью веревочнаго многоугольника, который будемъ теперь называть линіей опорныхъ сопротивленій C (См. № 76 — Выпускъ II). Эта линія опредѣлена на фиг. 108 (листъ 1) для балки въ 36м *).

*) На фиг. 365—367 нанесены ординаты этой линіи, соотвѣтствующіе узламъ, въ масштабѣ 1см. = 25т.

На отрицательныхъ участкахъ нагрузку не ставимъ на основанiи соображенiй, высказанныхъ въ № 89 (Выпускъ II). Но чтобъ расчетъ не получился слишкомъ неблагопрiятнымъ, передвинемъ рядъ грузовъ надъ m—въ разсматриваемую панель. Влiянiе на сумму силъ Q подвижной нагрузки, лежащей на участкѣ D_m, выражается ординатой C_m линiи опорныхъ сопротивленiй C. Влiянiе остальной



Фиг. 364.

нагрузки опредѣлится уже просто. Часть фермы CD разсматривается какъ простая балка и поэтому суммы силъ, зависящiя отъ постоянной нагрузки, опредѣляются на основанiи общихъ законовъ построенiя линiй влiянiя (см. № 67 — Выпускъ II) съ помощью прямой, отрѣзающей на лѣвой и правой опорныхъ вертикаляхъ ординаты:

$$+\frac{1}{2}gl = \frac{1}{2}\cdot 1{,}74 \cdot 36 = +31{,}32 \text{ тон.}$$

$$\text{и} -\frac{1}{2}gl = \dots\dots\dots = -31{,}32 \text{ тон.}$$

Къ каждому изъ опредѣленныхъ этихъ значенiй Q прибавляютъ (по уравн. 2 въ № 82 — Выпускъ II) количество:

$$\frac{1}{l}(M_D - M_C).$$

Причемъ надо положить:

$$M_D = M_{D_9} = -66{,}1 \cdot 3{,}0 \text{ и } M_C = -258{,}15 \cdot 3{,}0^{*});$$

и наконецъ получаемъ:

$$\frac{1}{l}(M_D - M_C) = \frac{3}{36}(258{,}15 - 661) = +16{,}0 \text{ тоннъ.}$$

Теперь перейдемъ къ построенiю суммы силъ $_{max}Q$ (фиг. 365). Когда линiя опорныхъ сопротивленiй C будетъ вычерчена, тогда опредѣлится и прямая $\overline{C'D'}$ помощью отрѣзковъ $\overline{CC'} = +31{,}32 + 16{,}00 = +47{,}3$ тон. и $DD' = -31{,}32 + 16{,}00 = -15{,}3$ тон. Черезъ точки линiи $C'D'$, соотвѣтствующiя серединамъ панелей, проводятъ горизонтальныя прямыя, ординаты которыхъ, принимая во вниманiе знаки, прибавляютъ къ ординатамъ C — линiи, соотвѣтствующимъ узламъ 1, 2, 3 . . . . . Наконецъ, зная суммы силъ Q и основываясь на общихъ законахъ для фермы съ параллельными поясами (см. § 40—

*) См. уравненiя (1) и (3), выведенныя въ п. I этого численнаго примѣра, причемъ $\lambda = 3{,}0$ мтр.

Выпускъ IV), получимъ слѣдующія напряженія стержней D и V*) (согласно фиг. 364).

$_{min}V_1 = -Q_1 + 1.6 = -124$ т.	$_{max}D_1 = +178$ т.	$_{max}V_9 = +Q_{10} + 1,6 =$
$_{min}V_2 = -Q_2 + 1,6 = -102$ „	$_{max}D_2 = +146$ „	$= -12,2 + 1,6 =$
$_{min}V_3 = -Q_3 + 1,6 = -82$ „	$_{max}D_3 = +118$ „	$= -11$ тон.
$_{min}V_4 = -Q_4 + 1,6 = -63$ „	$_{max}D_4 = +91$ „	$_{min}D_9 = +5$ „
$_{min}V_5 = -Q_5 + 1.6 = -46$ „	$_{max}D_5 = +67$ „	$_{min}D_{10} = +17$ „
$_{min}V_6 = -Q_6 + 1,6 = -30$ „	$_{max}D_6 = +45$ „	
$_{min}V_7 = -Q_7 + 1,6 = -17$ „	$_{max}D_7 = +26$ „	
	$_{max}D_8 = +10$ „	

Чтобъ получить min Q достаточно разсмотрѣть зеркальное изображеніе фиг. 365 и перемѣнить знаки у Q (годится только въ случаѣ симметричныхъ фермъ). Найдемъ, что въ шести среднихъ панеляхъ необходимы перекрестныя діагонали. Значенія напряженій D и V показаны на фиг. 368; для вертикалей, находящихся между перекрестными діагоналями, достаточно показать только наибольшее сжатіе (min V)**).

b) Ферма съ одной консолью (первый пролетъ). Для опредѣленія max Q прибавляютъ къ ординатамъ C — линіи (фиг. 366) ординаты прямой $C'D'$, соотвѣтствующія ординатамъ панелей; эта прямая (такъ какъ $M_c = 0$) отсѣкаетъ на опорныхъ вертикаляхъ C и D ординаты:

$$\overline{CC'} = 31,32 - \frac{66,1 \cdot 3,0}{36} = +25,8 \text{ тон.}$$

$$\text{и } \overline{DD'} = -31,32 - \frac{66.1 \cdot 3.0}{36} = -36,8 \text{ тон.}$$

Построивъ многоугольники силъ (фиг. 336), найдемъ:

$_{min}V_1 = -Q_1 + 1,6 = -103$ тон.	$_{max}D_1 = -O_1 \frac{1}{\cos\varphi} = +151$ тон.***)
$_{min}V_2 = -Q_2 + 1,6 = -80$ „	$_{max}D_2 = +115$
$_{min}V_3 = -Q_3 + 1,6 = -60$ „	$_{max}D_3 = +87$
$_{min}V_4 = -Q_4 + 1.6 = -41$ „	$_{max}D_4 = +61$
$_{min}V_5 = -Q_5 + 1,6 = -25$ „	$_{max}D_5 = +37$
	$_{max}D_6 = +14$

$_{max}V_7 = +Q_8 + 1,6 = -14,7 + 1,6 = -13$ тон.	$_{min}D_7 = +4$ тон.
$_{max}V_8 = +Q_9 + 1,6 = -23.$	$_{min}D_8 = +21$ „
$_{max}V_9 = +Q_{10} + 1,6 = -32.$	$_{min}D_9 = +35$ „
	$_{min}D_{10} = +48$ „

*) При расчетѣ V надо принять во вниманіе членъ $g_u\lambda = 0,45 \cdot 3,6 = 1,6$ тон. Путь предположенъ сверху.

**) Если будемъ считать сопротивленіе вертикали зависящимъ отъ отношенія предѣльныхъ значеній напряженій, то для max V надо принять max $V = -g_0\lambda$.

***) Наибольшее растяженіе D_1 происходитъ одновременно съ наибольшимъ сжатіемъ O_1 (на фиг. 366 не построено).

Въ m-ой панели будетъ ${}_{min}Q_m$ тогда, когда поѣздъ продвинутъ впередъ отъ C до $m-1$. Кромѣ того надо нагрузить ферму вправо отъ D такъ, чтобы получился наибольшій отрицательный опорный моментъ $M_D = -258{,}15 \cdot 3{,}0$.

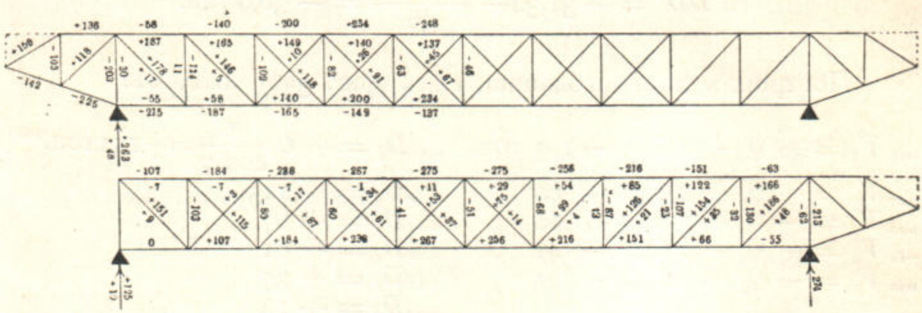
Вліяніе на Q_m осей поѣзда, лежащихъ отъ C до $m-1$, выражается ординатой D—линіи (зеркальнаго изображенія C—линіи), соотвѣтствующей узлу $m-1$; къ ней надо прибавить, чтобы принять во вниманіе остальную нагрузку, ординату прямой $C'D'$ (фиг. 367), соотвѣтствующую серединѣ панели; эта прямая на вертикаляхъ опоръ отсѣкаетъ отрѣзки

$$\overline{CC'} = \frac{gl}{2} + \frac{M_D}{l} = 31{,}32 - \frac{258{,}15 \cdot 3{,}0}{36} = 31{,}32 - 21{,}51 = +9{,}8 \text{ тон.}$$

$$\text{и } \overline{DD'} = -\frac{gl}{2} + \frac{M_D}{l} = -31{,}32 - 21{,}51 = -52{,}8 \text{ тон.}$$

Затѣмъ найдемъ:

	${}_{min}D_1 = +\ 9$ тон.
${}_{min}V_2 = Q_3 + 1{,}6 = -\ 11$ тон.	${}_{max}D_2 = +\ 3$ „ *)
${}_{min}V_3 = Q_4 + 1{,}6 = -\ 23$ „	${}_{max}D_3 = +\ 17$ „
${}_{min}V_4 = Q_5 + 1{,}6 = -\ 36$ „	${}_{max}D_4 = +\ 34$ „
${}_{min}V_5 = Q_6 + 1{,}6 = -\ 51$ „	${}_{max}D_5 = +\ 53$ „
${}_{min}V_6 = Q_7 + 1{,}6 = -\ 68$ „	${}_{max}D_6 = +\ 75$ „
${}_{min}V_7 = Q_8 + 1{,}6 = -\ 87$ „	${}_{max}D_7 = +\ 99$ „
${}_{min}V_8 = Q_9 + 1{,}6 = -107$ „	${}_{max}D_8 = +126$ „
${}_{min}V_9 = Q_{10} + 1{,}6 = -130$ „	${}_{max}D_9 = +154$ „
	${}_{max}D_{10} = +186$ „



Фиг. 368.

Для крайней вертикали получаются слѣдующія напряженія:

$${}_{min}V_0 = -C_{max} + \frac{1}{2} g_u\lambda = -125{,}3 + 0{,}8 = -125 \text{ тон.}$$

$${}_{max}V_0 = -C_{min} + \frac{1}{2} g_u\lambda = -9{,}3 + 0{,}8 = -9 \text{ тон.,}$$

*) Это значеніе D_2 соотвѣтствуетъ, понятно, діагонали второй панели, подымающейся вправо, а также ранѣе данному значенію D_2 діагонали, подымающейся влѣво. Для обоего рода діагоналей принято одно и то же обозначеніе.

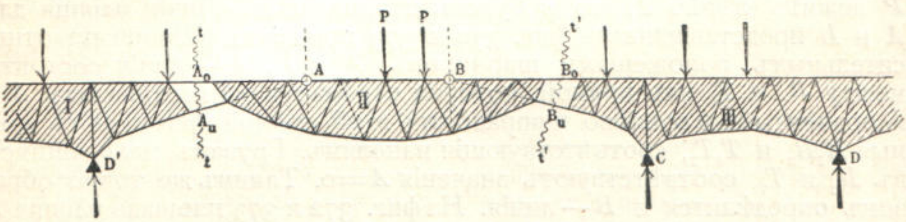
гдѣ наибольшее сопротивленіе опоры $C_{max} = \overline{C'C'}$ (фиг. 366) = 125,3 тон. и наименьшее $C_{min} = \overline{CC'}$ (фиг. 367) = 9,8 тоннъ.

---

§ 46.

Рѣшетчатыя фермы Гербера (консольныя) съ воображаемыми шарнирами.

189. Введеніе. Теперь перейдемъ къ изслѣдованію фермы Гербера, у которой вмѣсто *дѣйствительныхъ среднихъ шарнировъ* находятся по два стержня, точка пересѣченія которыхъ называется *воображаемымъ среднимъ шарниромъ* или просто *среднимъ шарниромъ* (эти фермы впервые изслѣдовалъ Föppl.). На фиг. 369 представлена часть такой фермы; независимая ферма II связана съ двумя смежными консольными фермами I и II двумя стержнями съ каждой стороны.



Фиг. 369.

Оси стержней A_o и A_u пересѣкаются въ точкѣ A, а оси стержней B_o и B_u — въ точкѣ B; A и B будутъ *средними шарнирами пролета* $D'\,C$.

Въ дальнѣйшемъ мы будемъ предполагать только вертикальную нагрузку и горизонтальное передвиженіе опоръ; изслѣдованіе будемъ вести съ помощью линій вліяній, что ведетъ къ цѣли скорѣе.

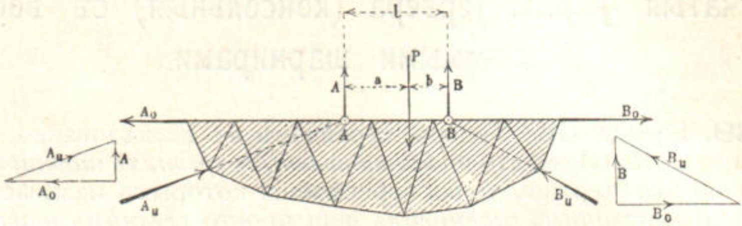
Раньше всего опредѣлимъ силы, дѣйствующія на независимую ферму II. Отыщемъ напряженія частей A_o, A_u, B_o, B_u (фиг. 369) при дѣйствіи силъ на ферму II. Равнодѣйствующая напряженій A_o и A_u, равная A, проходитъ черезъ шарниръ A, а равнодѣйствующая B_o и B_u, равная B, — черезъ шарниръ B. Обѣ равнодѣйствующія должны быть вертикальны, такъ какъ *всѣ* внѣшнія силы, дѣйствующія на ферму Гербера, имѣющей только одну неподвижную опору, вертикальны, и кромѣ того равновѣсіе фермы для внѣшнихъ силъ лѣвѣе сѣченія tt (фиг. 369), а также правѣе сѣченія $t't'$, можетъ быть получено только при вертикальномъ направленіи силъ A и B. Считаемъ A и B положительными, если онѣ дѣйствуютъ на независимую ферму *вверхъ*, а, слѣдовательно, на консоли *внизъ;* обѣ силы зависятъ только отъ грузовъ P, дѣйствующихъ на независимую ферму.

При обозначеніяхъ на фиг. 370 найдемъ вліяніе груза $P = 1$ посредствомъ уравненій моментовъ относительно точекъ A и B:

$$Al - Bl = 0 \qquad \text{и } Bl - Pa = 0,$$

откуда

$$A = P\frac{b}{l} = 1 \cdot \frac{b}{l} \qquad \text{и } B = P\frac{a}{l} = 1 \cdot \frac{a}{l}.$$

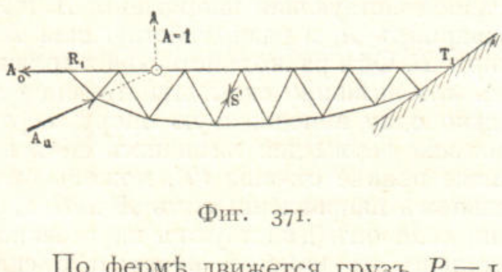


Фиг. 370.

Если P лежитъ правѣе B, то b будетъ отрицательно, если же P лежитъ лѣвѣе A, то a будетъ отрицательно. Линіи вліянія для A и B представлены на фиг. 372 и 373 при двухъ различныхъ относительныхъ положеніяхъ шарнировъ A и B. A — линія состоитъ между R_1 и T_1 изъ прямой, которая отрѣзаетъ на вертикаляхъ A и B ординаты 1 и 0; влѣво и вправо отъ этой прямой примыкаютъ прямыя R_1R_2 и T_1T_2, соотвѣтствующія панелямъ. Грузамъ, находящимся въ R_2 и T_2, соотвѣтствуютъ значенія $A = 0$. Такимъ же точно образомъ опредѣлится и B — линія. На фиг. 372 и 373 площадь вліянія A заштрихована. Изъ наибольшихъ и наименьшихъ значеній A и B опредѣлимъ наибольшія и наименьшія значенія напряженій A_o, A_u, B_o и B_u простымъ разложеніемъ силъ A и B.

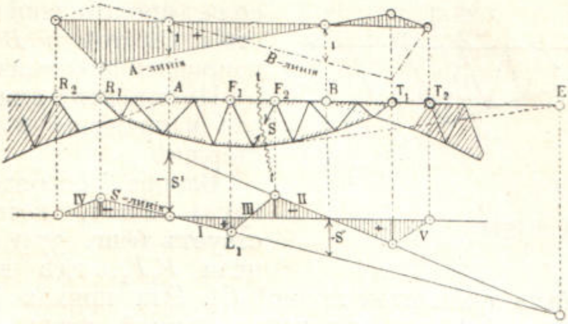
Въ слѣдующихъ изслѣдованіяхъ ограничимся простой треугольной сѣтью и, обозначая искомыя напряженія черезъ S, укажемъ, что всѣ правила для опредѣленія линій вліянія одинаковы какъ для поясовъ, такъ и для промежуточныхъ стержней.

190. Линіи вліянія для напряженій въ стержняхъ независимой фермы. Будемъ считать A и B силами внѣшними. Представимъ себѣ независимую ферму (фиг. 371) закрѣпленной въ правомъ концѣ, и опредѣлимъ напряженія S', происходящія въ стержняхъ, если на ферму дѣйствуютъ только двѣ внѣшнія силы A_o и A_u, равнодѣйствующая которыхъ $A = 1$. Равнымъ образомъ опредѣлимъ напряженія S'' въ стержняхъ независимой фермы при $B = 1$, если закрѣпленъ лѣвый конецъ.



Фиг. 371.

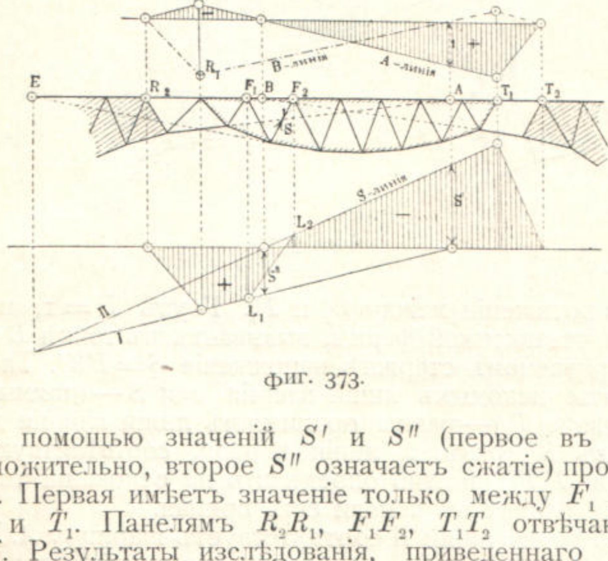
По фермѣ движется грузъ $P = 1$. Проведемъ сѣченіе tt, пересѣкающее два поясныхъ стержня и одинъ промежуточный, для напряженія котораго строится линія вліянія. Лѣвѣе сѣченія tt дѣйствуетъ внѣшняя сила A, а потому имѣемъ $S = AS'$, если же лѣвѣе сѣченія tt дѣйствуетъ грузъ $= 1$, то получимъ $S = BS''$. Если F_1 и F_2 (фиг. 372) поперечныя фермы, лежащія по сторонамъ сѣченія tt, то можемъ получить слѣдующее правило:



Фиг. 372.

Ординаты части линіи вліянія для S (*S — линіи*), *лежащей* $\dfrac{\textit{правѣе } F_2}{\textit{лѣвѣе } F_1}$, *равны соотвѣтствующимъ ординатамъ* $\dfrac{A\textit{ — линіи}}{B\textit{ — линіи}}$, *увеличеннымъ въ* $\dfrac{S'\textit{ разъ}}{S''\textit{ разъ}}$.

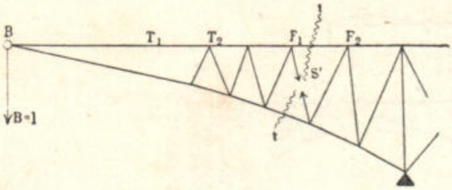
Это правило вмѣстѣ со значеніями S' и S'', опредѣлитъ всю линію вліянія S для каждаго стержня; она построена на фиг. 372—373 для діагонали, подымающейся влѣво, при разныхъ положеніяхъ шарнировъ A и B и точки пересѣченія E поясовъ, находящихся въ сѣченіи tt. Нагрузка предполагается дѣйствующей на верхнемъ



фиг. 373.

поясѣ. Съ помощью значеній S' и S'' (первое въ настоящемъ случаѣ положительно, второе S'' означаетъ сжатіе) проводимъ прямыя I и II. Первая имѣетъ значеніе только между F_1 и R_1 вторая между F_2 и T_1. Панелямъ R_2R_1, F_1F_2, T_1T_2 отвѣчаютъ прямыя IV, III, V. Результаты изслѣдованія, приведеннаго въ № 169 (Выпускъ IV) и въ № 187 (Выпускъ V), можно также примѣнить и въ настоящемъ случаѣ для проведенія прямыхъ I и II. Такъ напримѣръ, прямыя I и II должны пересѣчься на вертикали точки E.

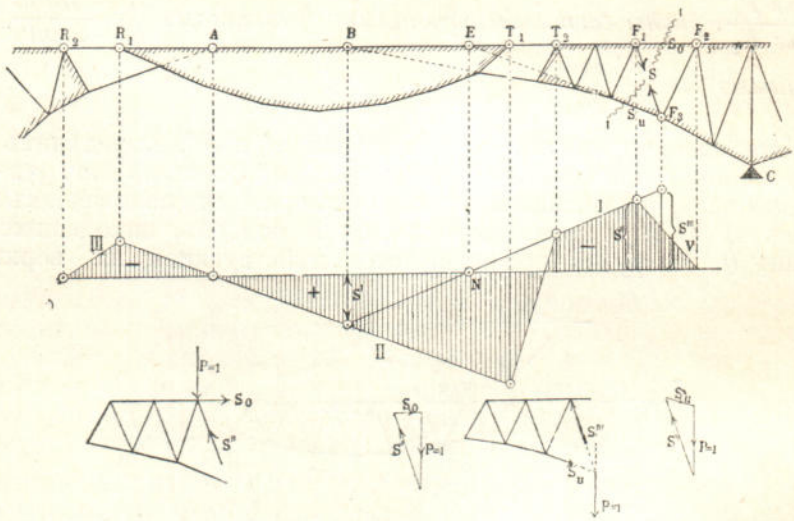
191. Линіи вліянія для напряженій въ стержняхъ консоли. Разсмотримъ свѣшивающійся конецъ фермы CD (фиг. 369). Предположимъ, что стержни B_o и B_u замѣнены стержнями, доходящими до шарнира B (фиг. 374), и опредѣлимъ напряженія S' въ стержняхъ консоли, происходящія отъ дѣйствія въ точкѣ B груза $= 1$, направленнаго внизъ.



Фиг. 374.

Построимъ линію вліянія для напряженія S въ любомъ стержнѣ.

Вліяніе сосредоточеннаго груза $P = 1$, который дѣйствуетъ (фиг. 374) лѣвѣе панели F_1F_2, гдѣ взято сѣченіе tt, опредѣлится ординатой прямой (I). Эта прямая имѣетъ въ точкѣ B ординату S', а нулевая точка прямой лежитъ на вертикали точки пересѣченія E двухъ другихъ стержней разсматриваемаго сѣченія tt, (фиг. 375). Этой прямой, конечно, пользуются



Фиг. 375.

только на протяженіи между T_2 и F_1. Грузъ $P = 1$, находящійся на сосѣдней независимой фермѣ, вызываетъ въ точкѣ B давленіе B, а въ разсматриваемомъ стержнѣ напряженіе $S = BS'$. Такимъ образомъ ординаты искомыхъ линій вліянія для S — (прямыхъ II и III, лежащихъ лѣвѣе T_1) — равны ординатамъ линіи вліянія для B, увеличеннымъ въ S' разъ, а линіи вліянія, соотвѣтствующія панелямъ T_1T_2 и F_1F_2, можно опредѣлить на основаніи того положенія, что линія вліянія въ панели есть прямая.

Нулевая точка линіи II соотвѣтствуетъ шарниру A. На фиг. 375 представлена линія вліянія для напряженія въ діагонали, подымающейся влѣво. Напряженіе S' въ данномъ случаѣ положительно.

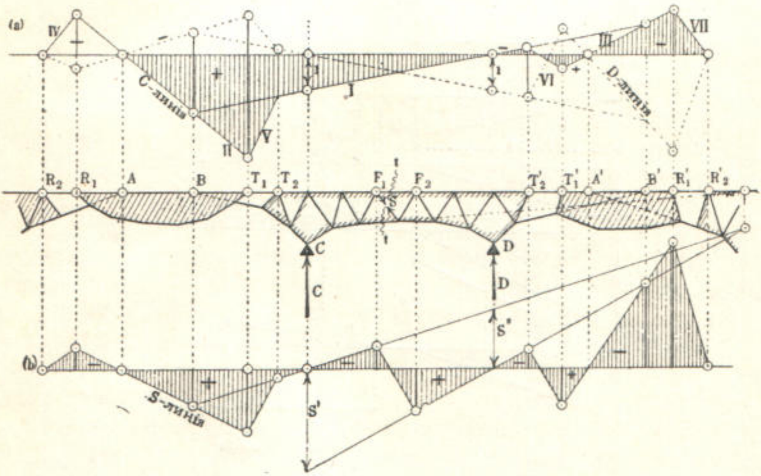
Припоминая изслѣдованія, выведенныя въ № 186, прямую I (фиг. 375) можно провести черезъ двѣ ординаты S'' и S''', соотвѣтствующія точкамъ F_1 и F_2. Для опредѣленія же S'' и S''' разлагаемъ воображаемый въ точкахъ F_1 и F_2 грузъ $P = 1$ по направленіямъ S, S_o и S, S_u, соблюдая общее направленіе стрѣлокъ въ треугольникахъ силъ (см. фиг. 375 внизу).

192. Линія вліянія для напряженій въ стержняхъ части фермы между опорами C и D, фиг. 376. Построимъ линіи вліянія для напряженій S' и S'', которыя согласуются съ напряженіями O', U', D' и O'', U'', D'' (см. № 168—Выпускъ IV).

Для построенія этихъ линій вліянія можно вывести слѣдующее правило:

Ординаты части линіи вліянія для S, лежащей $\dfrac{\textit{вправо отъ } F_2}{\textit{влѣво отъ } F_1}$, *равны соотвѣтствующимъ ординатамъ* $\dfrac{C - \textit{линіи}}{D - \textit{линіи}}$, *увеличеннымъ въ* $\dfrac{S' \textit{ разъ}}{S'' \textit{ разъ}}$.

Линія вліянія для сопротивленія опоры C (или короче C—линія) есть прямая (I) между узлами T_2 и T'_2, которая опредѣляется



Фиг. 376.

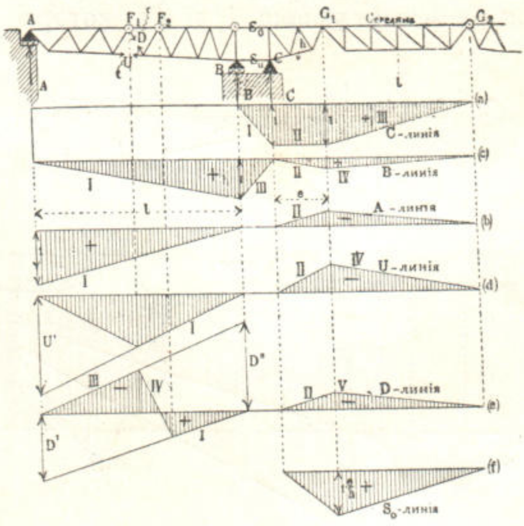
условіями, что грузу $P = 1$, находящемуся въ C, соотвѣтствуетъ значеніе $C = 1$, а находящемуся въ D—значеніе $C = 0$. Но эта прямая показываетъ также вліяніе груза $= 1$, лежащаго въ точкѣ B независимой фермы, потому что этотъ грузъ производитъ на свѣшивающійся конецъ T_2C давленіе $B = 1$ (на фиг. 374 консоль продолжена до B).

Грузъ же, находящійся въ точкѣ A, вызываетъ значеніе $B = 0$, а потому не вліяетъ на C; то же разсужденіе касается и грузовъ, находящихся правѣе T'_2. На основаніи этого получаемъ на фиг. 376,a C—линію. Она состоитъ изъ прямой I, двухъ прямыхъ II и III, проходящихъ черезъ точки пересѣченія прямой I съ вертикалями шарнировъ B и B', нулевыя точки которыхъ соотвѣтствуютъ шарнирамъ A и A', и наконецъ изъ прямыхъ IV, V, VI, VII, соотвѣтствующихъ панелямъ $\overline{R_2R_1}$, $\overline{T_1T_2}$, $\overline{T'_2T'_1}$, $\overline{R'_2R'_1}$. На фиг. 376

представлены два различныхъ случая расположенія среднихъ шарнировъ A и B, A' и B'.

Точно такимъ же образомъ опредѣлится и линія вліянія для сопротивленія опоры D (на фиг. 376,a показано пунктиромъ), а затѣмъ, зная S' и S'', построимъ линію вліянія для произвольной діагонали. На фиг. 376,b показано примѣненіе этого способа при построеніи линіи вліянія для напряженія S діагонали, подымающейся влѣво.

193. Примѣръ. Изслѣдуемъ ферму, изображенную на фиг. 377, консольная часть которой AG_1 имѣетъ три опоры A, B, C. Между B и C лежитъ панель безъ діагоналей. Чтобъ опредѣлить *линію вліянія для сопротивленія опоры* C, положимъ, что подвижной грузъ $=1$ приложенъ между C и G_1; тогда сумма вертикальныхъ силъ, дѣйствующихъ на часть фермы CG_1, равняется нулю. Такъ какъ напряженіе S_0 въ стержнѣ S_0 горизонтально, то получимъ $C=1$, и, слѣдовательно, линія вліянія для C опредѣлена (см. фиг. 371,a). Грузы, находящіеся лѣвѣе B, не вліяютъ на сопротивленіе опоры C.



Фиг. 377.

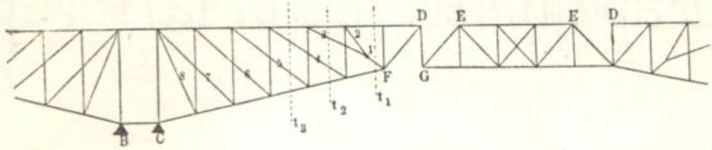
Линіи вліянія для сопротивленій опоръ A и B даны на фиг. 377,b и c; прямая I (фиг. 377,b) имѣетъ при A ординату 1, а прямая I на фиг. 377,c при B ординату 1; въ обѣихъ фигурахъ прямыя I и II параллельны другъ другу; поэтому, если часть фермы AB нагружена только между A и B, то ее изслѣдуютъ какъ простую балку; если грузъ $=1$ приложенъ въ G_1, то получимъ:

$$S_0 = +1\frac{e}{h} \text{ и } A = -S_0\frac{h}{l} = 1\frac{e}{l}, \text{ и затѣмъ}$$

$$B = -A = +1\frac{e}{l}.$$

Линіи вліянія для напряженія въ стержнѣ части фермы AB находятъ по общимъ правиламъ, какъ для простой фермы (№ 168 Выпускъ IV). Грузы же, лежащіе правѣе сѣченія tt, даютъ вообще величину напряженія $= AS'$, гдѣ S' напряженіе при $A = 1$. На фиг. 377,d и e представлены линіи вліянія для напряженій U и D. Части линій вліянія лѣвѣе B опредѣлятся значеніями U', D' и D'', а части правѣе B — условіемъ, что прямыя II и I въ обѣихъ фигурахъ должны быть параллельны.

Напряженія въ поясахъ панели BC для всякаго состоянія нагрузки равны по величинѣ ($S_u = - S_o$); линія вліянія для S_o (фиг. 377,f) опредѣлится ординатой $1 \frac{e}{h}$, соотвѣтствующей среднему шарниру G_1. Фиг. 377 представляетъ общее расположеніе главной фермы желѣзнодорожнаго моста черезъ Ніагару (вблизи водопада), открытаго въ декабрѣ 1883 года *).



Фиг. 378.

Особенность въ этомъ сооруженіи представляетъ расположеніе діагоналей. На фиг. 378 показаны консольная часть и независимый пролетъ. Діагонали 3, 4, 5, 6, 7 проходятъ черезъ двѣ панели. Діагональ же 3 соединена съ діагональю 2 и съ діагональю 1 вблизи нижняго узла F. Статическая опредѣлимость отъ этого не нарушается. Для опредѣленія напряженій D_1, D_2, ... D_8 въ діагоналяхъ 1, 2, 3 . . . . . . 8 проводимъ сѣченіе t_1 и примѣняемъ способъ Риттера; такимъ образомъ опредѣлимъ D_1, а затѣмъ D_2 и D_3, которыя вмѣстѣ съ D_1 должны быть въ равновѣсіи; наконецъ проводимъ сѣченія t_2, t_3 . . . . . . и опять по способу Риттера опредѣляемъ остальныя напряженія D_4, D_5 . . . . . **). Узлы E и D въ Ніагарскомъ мостѣ, а также узлы G и F соединены другъ съ другомъ стержнями, причемъ болты въ узлахъ E и G могутъ ходить вдоль въ отверстіяхъ. Слѣдовательно, концы стержней могутъ перемѣщаться, а потому независимую ферму можно изслѣдовать какъ простую ферму на двухъ опорахъ.

---

*) Подробное описаніе этого моста, проектированнаго инженеромъ C. C. Schneider'омъ (New-Jork), можно найти въ Zeitschrift des Vereins deutscher Jngenieure, 1884, стр. 385.

**) Для построенія линій вліяній для даннаго случая рекомендуется способъ, основанный на изслѣдованіи кинематической цѣпи, см. № 148—Выпускъ III. Примѣненіе этого способа для даннаго случая представляетъ простую задачу.

ОТДѢЛЪ
Трехшарнирныя рѣшетчатыя арки.

§ 47.

Примѣненіе способовъ Кульмана и Риттера.

Предположимъ, что обѣ рѣшетчатыя части, образующія трехшарнирную рѣшетчатую арку, состоятъ изъ простой треугольной сѣти.

194. Примѣненіе уравненій моментовъ по Риттеру. Пусть на арку дѣйствуютъ произвольно направленные грузы. Сопротивленія опоръ, вызываемыя этими грузами, будемъ считать извѣстными; а также пусть будетъ данъ веревочный многоугольникъ I II III . . . для внѣшнихъ силъ, проходящій черезъ три шарнира A, G, B *). Опредѣлимъ напряженіе U_4, фиг. 379.

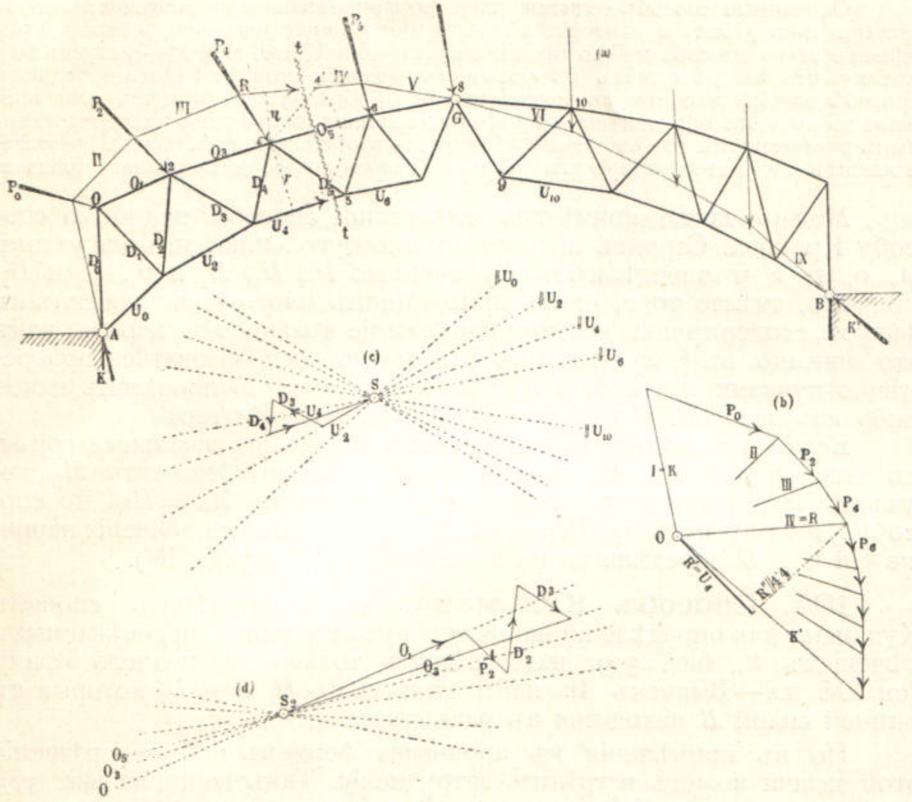
Проведемъ сѣченіе tt, пересѣкающее стержни U_4, D_5, O_5; оно встрѣтитъ также сторону IV веревочнаго многоугольника, которая опредѣляетъ положеніе равнодѣйствующей силы R всѣхъ внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ лѣвѣе сѣченія tt; соотвѣтствующій же лучъ $\text{IV} = R$ въ многоугольникѣ силъ даетъ эту силу по величинѣ и направленію. Обозначимъ черезъ η и r плечи силъ R и U_4 относительно узла 4, тогда уравненіе моментовъ, взятыхъ относительно этого узла, будетъ: $R\eta - U_4\, r = 0$; а отсюда уже получимъ выраженіе $U_4 = \frac{R\eta}{r}$, легко опредѣляемое чертежемъ.

Другой путь будетъ таковъ: если $\eta < r$, то изъ точки 4 какъ изъ центра проводятъ окружность радіусомъ r и опредѣляютъ точку пересѣченія $4'$ окружности со стороной веревочнаго многоугольника IV; затѣмъ разлагаютъ силу R въ точкѣ $4'$ на двѣ составляющихъ R' и R'', изъ которыхъ первая перпендикулярна къ прямой $4'4$, а другая R'' совпадаетъ съ этой прямой. Уравненіе моментовъ обратится тогда въ слѣдующее: $R'r - U_4 r = 0$, откуда имѣемъ $U_4 = R'$.

---

*) Все это опредѣляется на основаніи № 98, 99 (Выпускъ II) и 129 (Выпускъ III).

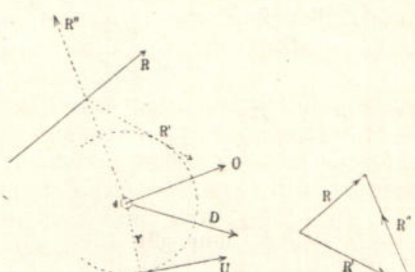
Если $\eta > r$, то разлагаютъ силу R въ произвольной точкѣ ея направленія на составляющую R'', проходящую черезъ точку 4, и



Фиг. 379.

на другую R', которая касается къ окружности, описанной изъ точки 4 радіусомъ r, фиг. 380. Отсюда опять найдемъ: $U_4 = R'$.

Подобнымъ же путемъ опредѣлимъ напряженія O. Для опредѣленія же напряженій D въ промежуточныхъ стержняхъ только что описанный способъ можетъ оказаться непригоднымъ, такъ какъ точка, относительно которой надо брать моменты, можетъ лежать внѣ предѣловъ чертежа; въ этомъ случаѣ для полученія D рекомендуется построить многоугольники силъ для верхняго или нижняго пояса, если только будутъ даны напряженія U и O.



Фиг. 380.

Построеніе это сдѣлано на фиг. 379,c и d; пучки лучей S_1 и S_2, параллельныхъ стержнямъ поясовъ O и U, могутъ служить для всѣхъ изслѣдуемыхъ случаевъ нагрузки. Конечно, достаточно вычертить только одну изъ обѣихъ фигуръ; если же вычерчены обѣ фигуры, то напряженіе D мы получимъ два раза, что даетъ возможность провѣрить правильность чертежа *).

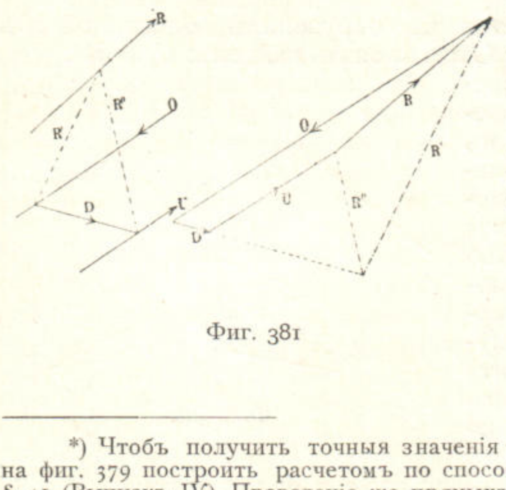
Описанный способъ годится напр. при опредѣленіи напряженій въ стропилахъ при дѣйствіи давленія вѣтра и постоянной нагрузки; и тогда примѣненіе этого способа можно предпочесть способу Кремона (§ 27—Выпускъ III), потому что въ рѣшеткахъ съ большимъ числомъ стержней при послѣднемъ способѣ ошибки наростаютъ нежелательнымъ образомъ; вотъ почему отъ времени до времени приходится провѣрять величины напряженій непосредственнымъ разложеніемъ. Въ арочныхъ же фермахъ вообще величина панелей меньше, а значитъ, число стержней больше, чѣмъ въ балочныхъ фермахъ равнаго пролета.

Можно также примѣнить слѣдующій способъ, подобный способу Кремона. Строятъ по порядку многоугольники силъ для узловъ A, 0, 1, 2 и опредѣляютъ по очереди: D_0, U_0, D_1 и O_1, D_2 и U_2; причемъ, вмѣсто того, чтобъ присоединить многоугольники силъ къ фигурѣ, содержащей каждое напряженіе только одинъ разъ, какъ это описано въ § 27 (Выпускъ III), можно воспользоваться попеременно пучками лучей S_1 и S_2 **). Иногда полезно провѣрить какое либо изъ значеній U или O помощью способа Риттера.

Если на арку будутъ дѣйствовать только вертикальные грузы, то наибольшіе положительные и отрицательные моменты M_m для узловъ m могутъ быть представлены въ формѣ $M_m = H\eta_m$ по способу, данному въ § 24 (Выпускъ II), предѣльныя же значенія напряженій O и U опредѣлятся по способу § 34 (Выпускъ IV).

195. Способъ Кульмана. Чтобъ примѣнить способъ Кульмана для опредѣленія напряженій въ стержняхъ, пересѣкаемыхъ сѣченіемъ tt, фиг. 379, надо рѣшить только слѣдующую задачу (см. № 12—Выпускъ I): найти три силы O, U и D, которыя съ данной силой R находятся въ равновѣсіи.

Но въ примѣненіи къ арочнымъ фермамъ прежнее рѣшеніе этой задачи можетъ встрѣтить затрудненія. Такъ напр., на фиг. 379; точку пересѣченія (RD) прямыхъ R и D можно опредѣлить точно точки же пересѣченія (RO), (RU) и (OU) могутъ оказаться внѣ предѣловъ чертежной доски. Тогда замѣняемъ силу R въ какой нибудь точкѣ по ея направленію двумя составляющими R' и R'', которыя проходятъ соотвѣтственно черезъ точки пересѣченія (OD) и (UD), и затѣмъ уже разлагаемъ R' по направленіямъ O и D, а R'' по направленіямъ U и D. Такимъ образомъ получаемъ многоугольникъ силъ, показанный на фиг. 381.

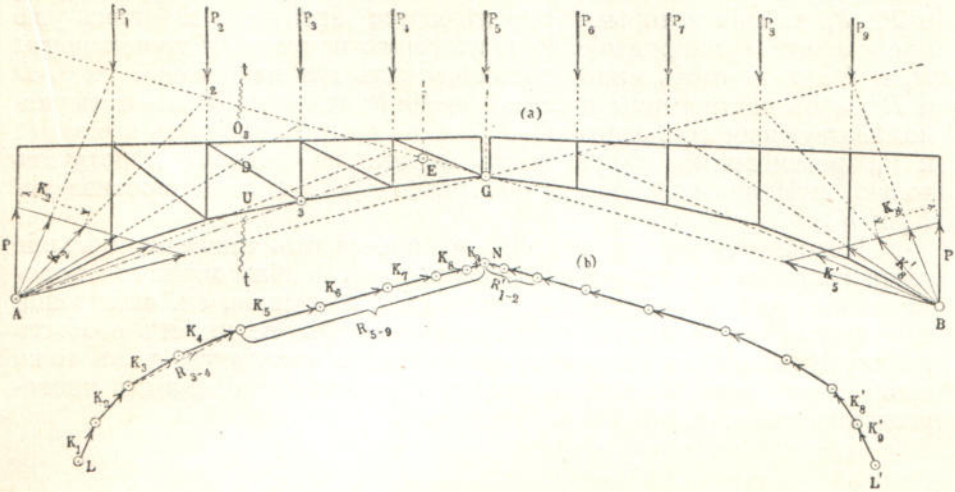


Фиг. 381

*) Чтобъ получить точныя значенія рекомендуется пучки лучей S_1 и S_2 на фиг. 379 построить расчетомъ по способу, приведенному въ примѣчаніи къ § 41 (Выпускъ IV). Проведеніе же прямыхъ, параллельныхъ короткимъ стержнямъ поясовъ, будетъ безусловно неточно.

**) Этотъ способъ согласуется въ главныхъ чертахъ съ тѣмъ, который впервые примѣненъ Lang'омъ при изслѣдованіи серповидной балки; см. Civilingenieur 1882, табл. XIV.

Покажемъ на частномъ примѣрѣ примѣненіе часто употребляемаго способа Кульмана для опредѣленія предѣльныхъ напряженій въ случаѣ *равномѣрно распредѣленной подвижной нагрузки.* Панели предположимъ всѣ равными и нагрузку каждой панели назовемъ $p\lambda = P$. Указатели 1, 2, 3. . . . . . . (фиг. 382) обозначаютъ что одинаковые грузы P_1, P_2, P_3 . . . . дѣйствуютъ въ узлахъ 1, 2. 3. . . , .



Фиг. 382.

Сначала опредѣляютъ отдѣльно сопротивленія опоръ K_1, K_2, K_3,. . . . и K'_1, K'_2, K'_3. . . . . которыя вызываются въ опорахъ A и B при дѣйствіи каждаго груза. Такъ напр., чтобъ получить K_2 и K'_2, въ точкѣ 2, т. е. въ точкѣ пересѣченія линіи опорныхъ сопротивленій съ направленіемъ груза, разлагаютъ грузъ P_2 по направленіямъ $A2$ и $B2$. Концы отрѣзковъ K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 будутъ лежать на прямой линіи, а также концы линій K'_5, K'_6, K'_7, K'_8, K'_9. Послѣ опредѣленія всѣхъ величинъ K и K' сопротивленія опоры A можно представить въ видѣ многоугольника силъ LN, откладывая величины K_1, K_2, ... по порядку; подобнымъ же образомъ построится многоугольникъ силъ LN для сопротивленій опоры B *).

Теперь можно перейти къ опредѣленію напряженій. Положимъ, требуется опредѣлить напряженіе O_3, которое пропорціонально моменту M_3 относительно противолежащаго узла 3 и которое приметъ наибольшее положительное или наибольшее отрицательное значеніе, смотря по роду нагрузки, дающей или ${}_{min}M_3$ или ${}_{max}M_3$. Если провести прямую черезъ A и узелъ 3, то прямая эта пересѣчетъ линію опорныхъ сопротивленій въ точкѣ E; вертикаль, проходящая черезъ точку E, даетъ намъ линію раздѣла нагрузки (см. § 24—Выпускъ II); каждый грузъ, лежащій правѣе E, вызываетъ отрицательный моментъ M_3; каждый грузъ, лежащій лѣвѣе E вызываетъ положительный моментъ. Поэтому, чтобъ получить наибольшее растяженіе O_3, надо устранить всѣ грузы лѣвѣе E. Но

*) Для фиг. 382b масштабъ выбранъ меньше, чѣмъ для фиг. 382a.

тогда на часть фермы лѣвѣе сѣченія tt будетъ дѣйствовать только *одна* внѣшняя сила, именно R_{5-9}—равнодѣйствующая сопротивленій K_5, K_6 .... до K_9, проходящая черезъ A; съ этой силой должны находиться въ равновѣсіи напряженія O, U, D, дѣйствующія также въ лѣвой части фермы. Опредѣленіе этихъ напряженій производится при помощи фиг. 381.

Чтобъ получить ${}_{min}O_3$, надо разгрузить ферму правѣе E; оставшіеся грузы раздѣляются сѣченіемъ tt на отдѣльныя групы P_1, P_2 и P_3, P_4, вліянія которыхъ опредѣляются отдѣльно, а затѣмъ уже происходитъ суммированіе. Если къ фермѣ приложены только грузы P_1 и P_2, то чертимъ многоугольникъ силъ для напряженій O, U, D и R'_{1-2} въ части фермы *правѣе* сѣченія tt; причемъ R'_{1-2}—есть равнодѣйствующая сопротивленій K'_1 и K'_2; чтобъ получить вліяніе P_3 и P_4, разсмотримъ лѣвую часть фермы, на которую дѣйствуетъ только внѣшняя сила R_{3-4}, т. е. равнодѣйствующая сопротивленій K_3 и K_4.

Подобнымъ же путемъ можно опредѣлить также наибольшія напряженія въ промежуточныхъ стержняхъ (неблагопріятное положеніе нагрузки находится съ помощью линій вліянія, см. слѣдующій параграфъ); но, конечно, описанный способъ не имѣетъ особыхъ преимуществъ, такъ какъ онъ не особенно нагляденъ и въ тоже время очень трудно контролировать вѣрность построенныхъ многоугольниковъ силъ.

§ 48.

Вертикальная нагрузка.

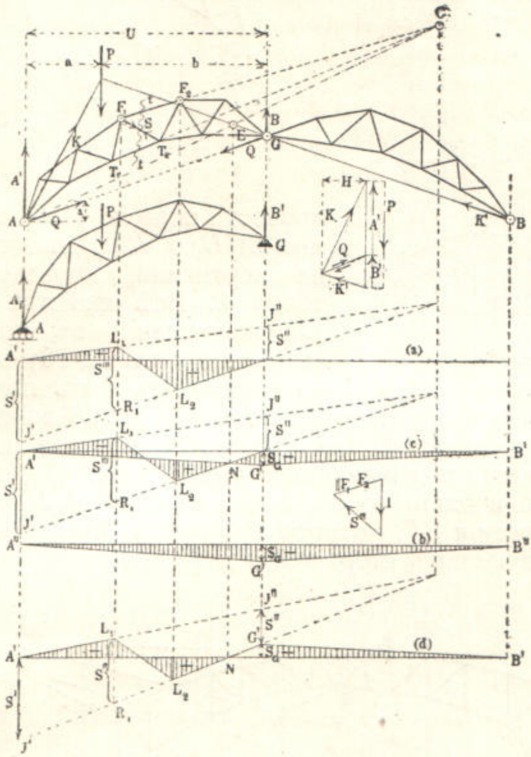
196. Линіи вліянія. Самое наглядное опредѣленіе предѣльныхъ напряженій, при дѣйствіи вертикальной нагрузки, даютъ линіи вліянія. Чтобъ построить эти линіи по возможности скорѣе, предположимъ сначала, что ферма нагружена только лѣвѣе средняго шарнира G; затѣмъ перенесемъ сопротивленіе опоры K' по направленію BG отъ B къ G и разложимъ K и K' на вертикальныя составляющія A' и B' и на составляющія Q, другъ другу равныя, но противоположно направленныя по прямой AG, фиг. 383.

Если бы Q равнялось 0, то часть фермы AG можно разсматривать какъ простую балку, а потому линія вліянія для напряженія S *(все равно для стержня пояса или для промежуточнаго стержня)* построится на основаніи § 37 (Выпускъ IV) при помощи напряженій S' и S'', найденныхъ для состояній нагрузокъ $A' = 1$ и $B' = 1$ (фиг. 384 и 385) *); это построеніе сдѣлано на фиг. 383,а для промежуточнаго влѣво подымающагося стержня, въ предположеніи, что S'—положительно а S''—отрицательно.

Теперь требуется опредѣлить вліяніе обѣихъ силъ Q; надо замѣтить, что $Q = \dfrac{H}{\cos\alpha}$ (гдѣ α—уголъ наклоненія прямой AG), а по-

*) На фиг. 384 и 385 ферма предполагается закрѣпленной либо лѣвѣе, либо правѣе заштрихованной линіи.

тому напряженіе S, зависящее отъ Q, должно быть также пропорціонально и H; слѣдовательно, недостающая площадь вліянія, выражающая дѣйствіе силы Q, будетъ треугольникъ ($A''G'B''$ — фиг. 383,b), вершина котораго лежитъ подъ шарниромъ G *). Этотъ тре-



Фиг. 383.

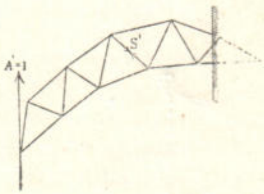
угольникъ, который долженъ быть прибавленъ къ площади вліянія, фиг. 383 a, съ соотвѣтствующимъ знакомъ, опредѣляется проще всего при помощи того напряженія S_G, которое вызывается въ разсматриваемомъ стержнѣ грузомъ$=1$, дѣйствующимъ въ шарнирѣ G (этотъ случай нагрузки показанъ на фиг. 386).

На фиг. 383 величина S_G — отрицательна; на фиг. 383,c получилась такимъ образомъ площадь вліянія для S. Эту площадь вліянія легко преобразовать, откладывая ординаты линіи вліянія отъ горизонтальной прямой $A'B'$, фиг. 383,d; положительныя значенія S', S_G, S'' всегда откладываемъ внизъ, отрицательныя всегда вверхъ, первыя двѣ величины отъ прямой $A'B'$, а послѣднюю отъ точки G'. Если, напр., S' и S_G будутъ положительны, а S'' отрицательно, то получимъ площадь вліянія такого вида, какъ это показано на фиг. 387.

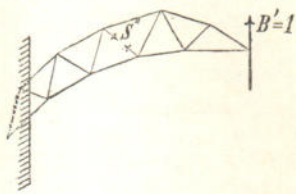
---

*) См. № 103 (Выпускъ II), гдѣ указано, что линія вліянія для H есть треугольникъ.

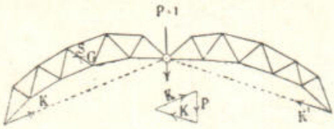
При удобномъ положенiи точки пересѣченiя C другихъ двухъ стержней, кромѣ S, которые пересѣкаются сѣченiемъ tt, можно опредѣлить какое либо одно изъ двухъ значенiй S' или S'' и затѣмъ



Фиг. 384.

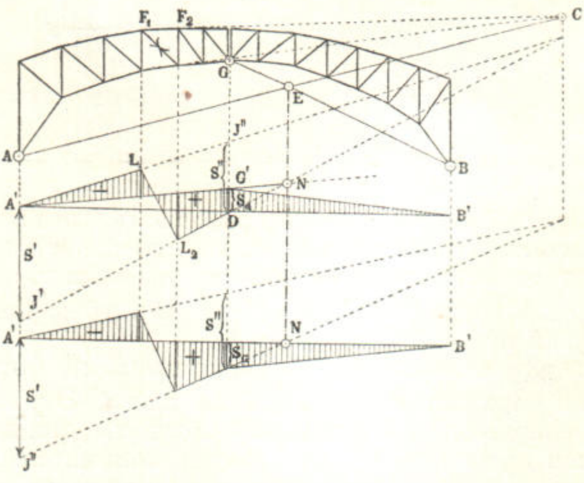


Фиг. 385.



Фиг. 386.

провести прямую $A'L_1$, зная, что прямыя $A'L_1$ и $J'L_2$ должны пересѣчься на вертикали, проведенной черезъ точку C. Всѣ свойства линiй влiянiя для напряженiй въ простой балкѣ, выведенныя въ № 187 и 188 (фиг. 347 и 349), могутъ быть примѣнены и въ данномъ случаѣ для построенiя и провѣрки линiй влiянiя, вычерченныхъ на фиг. 383,a и 383,d. Такъ напримѣръ, когда изслѣдуемъ напряженiе дiагонали, подымающейся влѣво, фиг. 383, при нагрузкѣ, дѣйствующей на верхнiй поясъ, длина отрѣзка L_1R_1 будетъ равна величинѣ напряженiя S''', которое получится при разложенiи груза $P = 1$ по направленiямъ стержней F_1, F_2 и S.

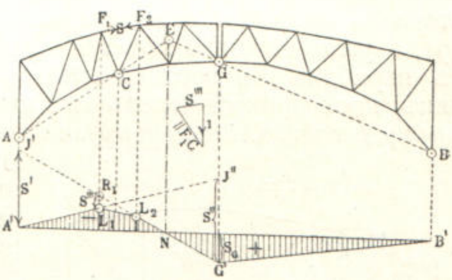


Фиг. 387.

Затѣмъ получаемъ слѣдующее важное правило, вытекающее изъ того условiя, что грузъ, проходящiй черезъ точку пересѣченiя E прямыхъ AC и BG, вызываетъ напряженiе $S = 0$, такъ какъ въ лѣвой опорѣ является отъ этого груза сопротивленiе опоры, проходящее черезъ точку C. Но отсюда слѣдуетъ, что прямыя $J'L_2$ и $A'G'$ на фиг. 383,c, а также прямыя $J'L_2$ и $A'B'$ на фиг. 383,d должны пересѣкаться на вертикали точки E. Это правило распространяется и на тотъ случай, когда E лежитъ ниже G', фиг. 387; потому что разности ординатъ двухъ прямыхъ $J'L_2D$ и $A'G'$ на вертикали подъ шарниромъ опредѣляютъ вліяніе тѣхъ двухъ силъ A' и Q, дѣйствующихъ лѣвѣ есѣченія tt, которыя вызываются грузомъ *единицею*, приложеннымъ на часть фермы AG, но правѣе точки G: это вліяніе будетъ $= 0$, если только грузъ пройдетъ черезъ точку E. Сошлемся здѣсь на изслѣдованія въ № 149 (см. Выпускъ III). Законъ, о которомъ идетъ рѣчь, былъ найденъ съ помощью опредѣленія полюса той кинематической цѣпи, въ которую переходитъ рѣшетчатая арка, если устранить стержень S *). При опредѣленіи напряженій въ поясахъ, которыя пропорціональны моментамъ относительно противолежащихъ узловъ, сошлемся на результаты § 24 (см. Выпускъ II).

На основаніи сдѣланныхъ изслѣдованій оказывается, что при удачномъ положеніи точки C (что всегда будетъ, если мы разсматриваемъ напряженіе въ стержнѣ пояса—фиг. 388) достаточно для построенія линіи вліянія одного только значенія S', S'', S''', S_G. Обыкновенно проще всего воспользоваться опредѣленіемъ S' (см. численный примѣръ § 49).

Во всѣхъ предыдущихъ чертежахъ мы предполагали, что нагрузка приложена къ верхнимъ узламъ. Если нагрузка приложена къ нижнимъ узламъ, то придется только провести иначе линію L_1L_2; такъ напр., на фиг. 383 эта линія должна соотвѣтствовать панели T_1T_2. Обыкновенно встрѣчается первый случай, и не будетъ большой ошибки, если считать постоянную нагрузку распредѣленной по узламъ верхняго пояса.

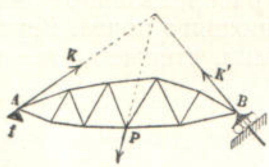


Фиг. 388.

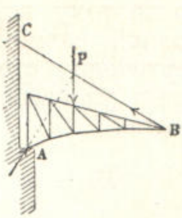
Только что выведенный способъ опредѣленія линій вліянія можно также примѣнять и къ тому случаю, когда вмѣсто *дѣйствительныхъ шарнировъ* A, B, G ввести *воображаемые шарниры*. Мы рекомендуемъ изслѣдовать этотъ случай на основаніи выводовъ § 46.

Также рекомендуется изслѣдовать, на основаніи теоріи трехшарнирныхъ арокъ, ферму съ *наклонной подвижной опорой*, фиг. 389, а также стропильную ферму, показанную на фиг. 390, которая имѣетъ въ A неподвижный шарниръ, а въ точкѣ B поддерживается струной, могущей вращаться въ точкѣ C.

Теорія линій вліянія имѣетъ также тогда большое значеніе, когда требуется показать нагляднымъ образомъ самое невыгодное распредѣленіе нагрузки. Достаточно для этого бываетъ дать только знакъ напряженія S' (лучше всего примѣняя способъ



Фиг. 389.



Фиг. 390.

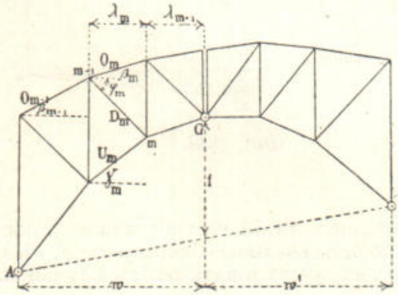
*) Тамъ же показано и опредѣленіе нулевой точки прямой L_1L_2.

Риттера для состоянія $A' = 1$) и тогда, проведя нѣсколько прямыхъ, быстро рѣшаемъ вопросъ. Такъ напр., если разсматриваемъ, фиг. 383, напряженіе S діагонали, подымающейся влѣво, то сейчасъ же узнаемъ, что внѣшняя сила $A' = 1$, вращающаяся вправо вокругъ точки C, должна находиться въ равновѣсіи только съ напряженіемъ S', дѣйствующимъ на лѣвый отрѣзокъ фермы и вращающимъ его влѣво; поэтому S дожно быть направлено отъ F_1 къ T_2, т. е. должно быть положительно, а этимъ уже опредѣленъ знакъ отдѣльной части площади вліянія. Находимъ, что въ данномъ случаѣ будетъ ${}_{max}S_p$, если нагружены узлы между tt и вертикалью точки E; ${}_{min}S_p$ будетъ происходить при нагрузкѣ всѣхъ прочихъ узловъ. Само собой понятно, что для полученія этого результата, вполнѣ достаточно сдѣлать эскизъ линіи вліянія отъ руки *).

Мы можемъ рекомендовать читателю изслѣдовать напряженіе діагонали, подымающейся влѣво, при слѣдующихъ предположеніяхъ:

1) Точка C лежитъ правѣе сѣченія tt, но ниже прямой BG. (Всѣ грузы лѣвѣе E вызываютъ растяженіе, всѣ грузы правѣе E—сжатіе).
2) C лежитъ лѣвѣе A и выше прямой GA. (Грузы лѣвѣе tt вызываютъ сжатіе, правѣе tt—растяженіе).

197. Упрощенія для особенно важнаго случая параболической арочной фермы. Если промежуточные стержни состоятъ изъ вертикалей и наклонныхъ діагоналей, фиг. 391, а узлы нижняго пояса, содержащаго средній шарниръ, лежатъ на параболѣ съ вертикальною осью, то веревочный многоугольникъ, проведенный черезъ три шарнира A, G, B, при *полной равномѣрно распредѣленной нагрузкѣ* совпадаетъ вполнѣ съ нижнимъ поясомъ, потому что узловыя точки этого веревочнаго многоугольника принадлежатъ параболѣ, ось которой вертикальна и положеніе которой опредѣлено тѣми же тремя точками A, G, B.



Фиг. 391.

Отсюда слѣдуетъ, что моменты M_m для всѣхъ узловъ нижняго пояса равны нулю, а значитъ и всѣ напряженія O равны нулю; а такъ какъ для каждаго верхняго узла должно быть удовлетворено равенство

$$D_m \cos \varphi_m = O_{m-1} \cos \beta_{m-1} - O_m \cos \beta_m.$$

то поэтому всѣ напряженія $D = 0$. Такимъ образомъ, вслѣдствіе полной равномѣрно распредѣленной нагрузки напряжены только вертикали и стержни нижняго пояса. Вертикали сжаты соотвѣтствующими узловыми грузами, стержень же нижняго пояса получаетъ сжатіе:

$$U_m = -\frac{H}{\cos \gamma_m},$$ гдѣ γ_m — уголъ между разсматриваемымъ стер-

*) Мы предполагаемъ, что въ случаѣ равномѣрно-распредѣленной нагрузки въ узлахъ будутъ приложены равныя силы (по № 60, фиг. 92. Выпускъ II); а въ такомъ случаѣ нѣтъ надобности въ опредѣленіи точнаго положенія раздѣла нагрузки въ панели F_1F_2.

жнемъ и горизонтомъ, H — горизонтальный распоръ. Если постоянная равномѣрно распредѣленная нагрузка есть $g = g_0 + g_u$, то она вызываетъ напряженія:

$$(1)\qquad V_{mg} = -\frac{1}{2}\, g_0\,(\lambda_m + \lambda_{m+1}) \text{ и } U_{mg} = -\frac{gww'}{2f}\cdot\frac{1}{\cos\gamma_m};\ ^{*)}$$

полная же равномѣрно распредѣленная временная нагрузка вызываетъ напряженія:

$$(2)\qquad V_{np} = -\frac{1}{2}\, p\,(\lambda_m + \lambda_{m+1}) \text{ и } U_{mp} = -\frac{pww'}{2f}\cdot\frac{1}{\cos\gamma_m}.$$

Но такъ какъ для каждаго напряженія S въ любой фермѣ существуетъ уравненіе

$$(3)\qquad S_p = {}_{max}S_p + {}_{min}S_p,$$

гдѣ S_p = напряженію отъ полной нагрузки p, а ${}_{max}S_p$ и ${}_{min}S_p$ означаютъ вліяніе нагрузки p, лежащей на положительномъ или отрицательномъ участкѣ, то для случая параболической арки (фиг. 391) получаемъ слѣдующія важныя равенства:

$$(4)\qquad \begin{cases} {}_{max}V_{pm} + {}_{min}V_{pm} = -\dfrac{1}{2}\,p\,(\lambda_m + \lambda_{m+1}); \\ {}_{max}U_{pm} + {}_{min}U_{pm} = U_p = -\dfrac{pww'}{2f}\cdot\dfrac{1}{\cos\gamma_m}; \\ {}_{max}O_m + {}_{min}O_m = 0: \\ {}_{max}D_m + {}_{min}D_m = 0; \end{cases}$$

два послѣднія равенства не содержатъ указателя p, такъ какъ напряженія O и D отъ постоянной нагрузки = 0. Слѣдовательно, достаточно опредѣлить только одно изъ двухъ значеній V, U, O, D, зависящихъ отъ p; другое значеніе опредѣлится по уравн. (4). Чтобъ воспользоваться линіями вліянія достаточно будетъ прочертить только нѣкоторыя *части* ихъ. Такъ напримѣръ, для опредѣленія напряженія въ стержнѣ верхняго пояса (фиг. 388) достаточно ограничиться проведеніемъ прямыхъ $J'G'$ и $G'B'$ помощью S' и N, такъ какъ этими прямыми вполнѣ опредѣлена положительная часть $NG'B'$ площади вліянія; слѣдовательно ${}_{max}S$ найдено; ${}_{min}S$ получаемъ изъ уравненія

$${}_{min}S = -{}_{max}S.$$

Вмѣсто линій вліянія можно воспользоваться и другимъ способомъ, также нагляднымъ и быстро ведущимъ къ цѣли. Этотъ способъ описанъ въ слѣдующемъ численномъ примѣрѣ.

198. Расчетъ пѣшеходнаго моста съ параболической аркой. Мостъ, показанный на фиг. 392, состоитъ изъ двухъ главныхъ фермъ; ширина моста 3,8 м. Верхній поясъ горизонталенъ; узлы нижняго пояса лежатъ на параболѣ. Пролетъ $l = 30$ м. $\lambda = 3$ м.; $f = 4$ м.; $h_0 = 5{,}25$ м. Собственный вѣсъ принятъ въ 194 кг. на

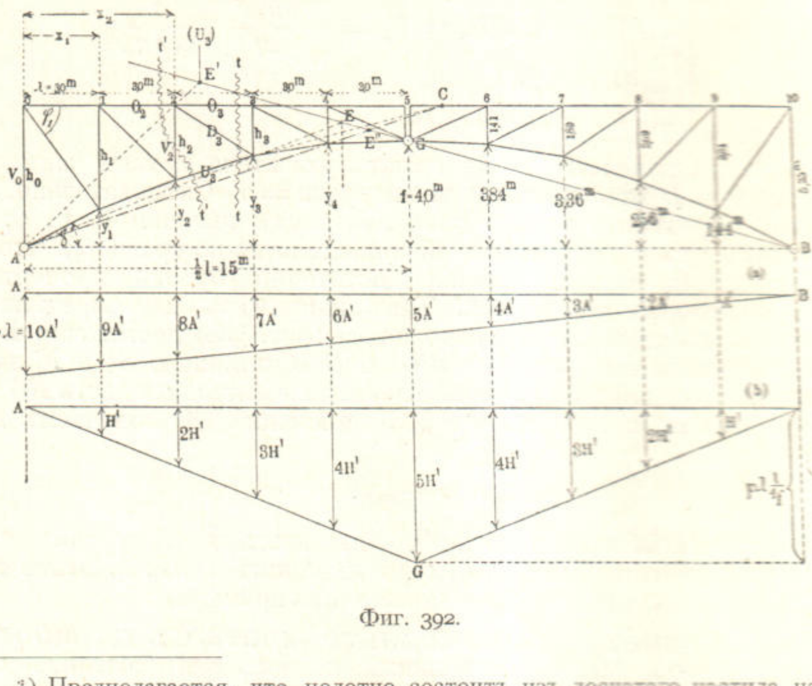
*) См. № 105 объ опредѣленіи H (Выпускъ II).

кв. метръ полотна *), постоянная нагрузка (толпа людей) въ 350 кг. на кв. м. **); слѣдовательно, $g = 0{,}194 \cdot \frac{3{,}8}{2} = 0{,}37$ т.; $p = 0{,}350 \cdot \frac{3{,}8}{2} = 0{,}665$ и $q = g + p = 1{,}035$ т. Подвижная нагрузка на одну панель: $p\lambda = 0{,}665 \cdot 3 = 2{,}0$ т. Раздѣленіе g на g_0 и g_u излишне.

Начнемъ съ опредѣленія опорныхъ сопротивленій A и H, которыя вызываетъ грузъ $p\lambda$, приложенный по порядку къ узламъ 1, 2, 3. . . . Если грузъ лежитъ надъ 9, то $A = A'$ и $H = H'$. Значенія A и H, соотвѣтствующія остальнымъ узламъ, опредѣлятся линіей вліянія, фиг. 392, *a* и *b*. Въ данномъ примѣрѣ $A' = \frac{1}{10}\, p\lambda = 0{,}2$ т. и $H' = \frac{1}{5} p\lambda \frac{l}{4f} = \frac{1}{5} \cdot 2{,}0 \cdot \frac{30}{4 \cdot 4{,}0} = 0{,}75$ т.. (такъ какъ грузъ $P = p\lambda$, приложенный въ вершинѣ, вызываетъ распоръ $H = \frac{Pl}{4f} = \frac{p\lambda l}{4f}$).

Теперь составимъ по способу Кремона двѣ діаграммы напряженій (фиг. 393 и 394, листъ 6), вызываемыхъ дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ A' и H', и опредѣлимъ въ то же время вліяніе постоянной нагрузки и подвижной нагрузки p, распредѣленной по всей фермѣ. На фиг. 393 длина горизонтали $\overline{BC_0}$ равна величинѣ горизонтальнаго распора при дѣйствіи постоянной нагрузки:

$H_g = \frac{gl^2}{8f} = \frac{0{,}37 \cdot 30^2}{8 \cdot 4} = 10{,}4$ т. (по масштабу силъ II); на вертикали,



Фиг. 392.

*) Предполагается, что полотно состоитъ изъ досчатаго настила на желѣзныхъ поперечныхъ фермахъ. По Heinzerling'у постоянная нагрузка на кв. метр. полотна = 1,36*l* м. + 153 кг.; для даннаго примѣра: 1,36 . 30 + 153 = 194 кг. См. Heinzerling, Die Brücken der Gegenwart. Abth. I. Heft 5, стр. 22.

**) Для мостовъ съ небольшимъ движеніемъ 350 кг., съ большимъ движеніемъ до 450 кг.

проходящей черезъ точку C_0, нанесены величины грузовъ $\frac{1}{2}\,g\lambda$, $g\lambda$, $g\lambda$ . . . . и точки дѣленія C_4, C_5 . . . . соединены съ точкой B.

Такъ какъ мы можемъ разсматривать нижній поясъ, какъ веревочный многоугольникъ для полной нагрузки, то получимъ:

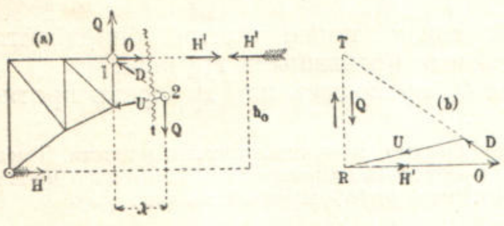
отрѣзокъ $\overline{BC_1} = U_{1g} = -11{,}5$ т.; $\overline{BC_2} = U_{2g} = -11{,}1$ т.;
$\overline{BC_3} = U_{3g} = -10{,}8$ т.; $\overline{BC_4} = U_{4g} = -10{,}5$ т.;
$\overline{BC_5} = U_{5g} = -10{,}4$ т.

Подобнымъ же путемъ, зная, что $\overline{BE_0} = H_p = \frac{pl^2}{8f} = \frac{10p\lambda\,.\,l}{8f} =$
$= \frac{10\,.\,2.0\,.\,30}{8\,.\,4} = 18{,}75$ т. (масштабъ силъ $10^{см} = 20$ т.), найдемъ значенія:

$$U_{1p} = -20{,}8 \text{ т.};\ U_{2p} = -20{,}0 \text{ т.};\ U_{3p} = -19{,}4 \text{ т.};\ U_{4p} = -18{,}9 \text{ т.};$$
$$U_{5p} = -18{,}8 \text{ т. *)}.$$

Діаграмма напряженій для $A' = 0{,}2$ т. (масштабъ I) не требуетъ разъясненій; надо обратить вниманіе на то, чтобъ (по № 160—Выпускъ IV) продолженія напряженій D, отсѣкали на вертикали, проведенной черезъ точку B, отрѣзки A'.

Подобнымъ же путемъ провѣряется и діаграмма напряженій для состоянія нагрузки $H' = 0{,}75$ т., фиг. 394 (масштабъ I). При равныхъ панеляхъ продолженія всѣхъ D должны пересѣчься въ одной точкѣ T на вертикали, проходящей черезъ R, (на это впервые указалъ Mohr). Это получается изъ слѣдующихъ разсужденій.



Фиг. 395.

Приложимъ въ узлѣ 1, фиг. 395 а, двѣ взаимноуничтожающіяся силы H', такъ что лѣвѣе сѣченія tt будетъ дѣйствовать пара силъ, моментъ которой $= H'h_0$, и сила H', приложенная къ узлу 1. Пару силъ можно замѣнить двумя вертикальными силами Q, равными и прямо противоположно направленными, приложенными къ узламъ 1 и 2, моментъ которыхъ $Q\lambda$ равенъ моменту $H'h_0$, но противоположенъ по знаку. Составимъ теперь многоугольникъ силъ для узловъ 1 и 2, получимъ фиг. 395 b, которая представляетъ собой часть фигуры 394

*) При этомъ способѣ получаемъ одновременно и величину, и направленіе напряженій U. Проводить линіи, параллельныя короткимъ стержнямъ рѣшетки, не рекомендуется. Округляя $g\lambda$ и H_g, не получимъ никакой ошибки, но при этомъ надо замѣтить (если $l = n\lambda$), что должно существовать отношеніе: $\overline{C_1C_0} : \overline{C_0B} = = \frac{n-1}{2}\,g\lambda : \frac{gl^2}{8f} = \frac{(n-1)\,4f}{n^2\lambda}$. Въ данномъ случаѣ получаемъ: $\overline{C_1C_0} : \overline{C_0B} = = \frac{9\cdot 4}{10^2}\,\frac{4}{3}\,0{,}48$. На фиг. 393 откладываемъ отрѣзокъ $\overline{BN} = 12{,}5^{см.}$, вертикальный отрѣзокъ $\overline{NL} = 0{,}48\,.\,12{,}5 = 6{,}0^{см.}$, потомъ дѣлимъ NL на 9 равныхъ частей и изъ точекъ дѣленія проводимъ пучекъ лучей — напряженій U. Конечно, отрѣзки BN и NL не должны быть очень малыми.

и изъ которой узнаемъ, что продолженіе D отрѣзаетъ на вертикальной линіи, проходящей черезъ R, отрѣзокъ $Q = \frac{H'h_0}{\lambda} =$ $= \frac{0{,}75 \cdot 5{,}25}{3} = 1{,}3125$ т., одинаковый въ данномъ случаѣ для всѣхъ діагоналей.

Для напряженій, вызываемыхъ силами A' и H', получимъ слѣдующія значенія *):

Стержни	Напряженія отъ		Стержни	Напряженія отъ	
	$A' = 0{,}2$	$H' = 0{,}75$		$A' = 0{,}2$	$H' = 0{,}75$
O_4	— 1,702	+ 2,043	U_5	+ 1,705	— 2,797
O_3	— 0,952	+ 1,333	U_4	+ 0,965	— 2,110
O_2	— 0,446	+ 0,714	U_3	+ 0,462	— 1,515
O_1	— 0,157	+ 0,283	U_2	+ 0,168	— 1,103
D_1	+ 0,255	— 0,458	V_0	— 0,200	+ 0,360
D_2	+ 0,388	— 0,578	V_1	— 0,259	+ 0,386
D_3	+ 0,598	— 0,732	V_2	— 0,319	+ 0,390
D_4	+ 0,828	— 0,784	V_3	— 0,352	+ 0,333
D_5	+ 0,756	— 0,387	V_4	— 0,291	+ 0,149

Помощью этихъ значеній можно также быстро опредѣлить предѣльныя напряженія, вызываемыя подвижными грузами.

Такъ напр., для отысканія O_3 проводимъ изъ A черезъ проти-

*) Эти значенія можно также быстро получить путемъ расчета. Такъ напр., для перваго случая (вліяніе A) находимъ напряженія для верхняго пояса при помощи уравненій моментовъ по Риттеру (обозначенія на фиг. 392):

$$O_1 = -\frac{A\,x_1}{h_1};\ O_2 = -\frac{A'x_2}{h_2} \text{ и т. д.}$$

$$\text{потомъ: } U_1 = o;\ U_2 = -\frac{O_1}{\cos\gamma_2};\ U_3 = -\frac{O_2}{\cos\gamma_3};\ \ldots\ldots$$

$$\text{затѣмъ: } D_1 = \frac{(O_1 - O_2)}{\cos\varphi_1};\ D_2 = \frac{(O_2 - O_3)}{\cos\varphi_2};\ \ldots\ldots$$

$$\text{и наконецъ: } V_0 = -D_1\sin\varphi_1;\ V_1 = -D_2\sin\varphi_2.\ \ldots\ldots$$

Подобнымъ же путемъ можемъ расчитать и напряженія, вызванныя силой H'. Такимъ образомъ получимъ:

$$U_1 = -\frac{H'}{\cos\gamma_1};\ U_2 = -\frac{H'h_0}{h_1\cos\gamma_2};\ U_3 = -\frac{H'h_0}{h_3\cos\gamma_3};\ \ldots\ldots$$

$$O_1 = +\frac{H'h_0}{h_1} - H';\ O_2 = +\frac{H'h_0}{h_2} - H';\ \ldots\ldots$$

а отсюда уже, какъ и раньше, можно опредѣлить значенія D и V. При неравныхъ панеляхъ вмѣсто состоянія нагрузки $A = A'$ и $H = H'$ надо изслѣдовать состоянія $A = 1$ и $H = 1$.

волежащій узелъ прямую и находимъ точку пересѣченія ея E съ прямой BG, фиг. 392.

Вертикаль, проведенная черезъ точку E, служитъ раздѣломъ нагрузки; всѣ грузы правѣе E вызываютъ положительное напряженіе O, всѣ грузы лѣвѣе E — отрицательное.

При нагрузкѣ узловъ 5, 6, 7, 8, 9 грузами $p\lambda$ *) получается ${}_{max}O_3$. Лѣвѣе E дѣйствуютъ только внѣшнія силы A и H; первая равняется: $A = A' + 2A' + 3A' + 4A' + 5A' = 15A'$, послѣдняя: $H = 15H'$. Такъ какъ сила A' вызываетъ напряженіе $O_3 = -0{,}952$, а сила H' — напряженіе $O_3 = +1{,}333$, то получимъ:

$${}_{max}O_3 = -0{,}952 \cdot 15 + 1{,}333 \cdot 15 = +5{,}7 \text{ т.};$$

постоянная нагрузка не оказываетъ вліянія на напряженія O. Чтобы опредѣлить предѣльное значеніе U_{3p}, надо найти сначала точку пересѣченія E' (фиг. 392) прямой, проведенной изъ A черезъ верхній узелъ 2, съ прямой BG. Нагрузка правѣе E вызываетъ ${}_{min}U_{3p}$. Получимъ:

$$A = A'(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 28A' \text{ и}$$
$$H = H'(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3) = 22H', \text{ а слѣдовательно:}$$
$${}_{min}U_{3p} = +0{,}462 \cdot 28 - 1{,}515 \cdot 22 = -20{,}4 \text{ т. **)}.$$

Если узелъ, противолежащій стержню U, лежитъ выше прямой BG, то напряженіе U, при полной нагрузкѣ фермы, будетъ наибольшимъ, какъ это видно изъ формы линіи вліянія ***). Такимъ образомъ, принимая во вниманіе вліяніе постоянной нагрузки, получимъ, напр., для U_5:

$${}_{min}U_5 = U_{5p} + U_{5g} = -18{,}8 - 10{,}4 = -29{,}2 \text{ т.}$$

Точно также напряженіе U_1 получитъ наибольшее отрицательное значеніе при полной нагрузкѣ, такъ какъ для каждаго состоянія нагрузки $U_1 = -\dfrac{H}{\cos\gamma_1}$.

Получимъ:

$${}_{min}U_1 = -20.8 - 11.5 = -32.3 \text{ т.}$$

Для отысканія предѣльнаго значенія напряженія D_3 (независимаго отъ g) проводимъ изъ A черезъ точку пересѣченія C стержней O_3 и U_3 прямую, которая пересѣкаетъ прямую BG въ точкѣ E''. Если точка E'' лежитъ, какъ показано на фиг. 392, выше G, то вертикаль точки E'' будетъ линіей раздѣла нагрузки; если E'' лежитъ лѣвѣе C, то сѣченіе, проведенное черезъ панель $\overline{2-3}$, будетъ служить также раздѣломъ нагрузки. ${}_{max}D$ получится тогда при нагрузкѣ только узловъ между tt и E''; въ данномъ случаѣ, будутъ нагружены только узлы 3 и 4. Найдемъ: $A = (7 + 6)A' = 13A'$; $H = (3 + 4)H' = 7H'$ и

$${}_{max}D_3 = +0{,}598 \cdot 13 - 0.732 \cdot 7 = +2{,}7 \text{ т.}$$

---

*) Мы разсчитываемъ по № 60 (Выпускъ II) при постоянныхъ значеніяхъ узловой нагрузки.

**) Рекомендуется всѣ линіи раздѣла нагрузокъ нанести на отдѣльномъ чертежѣ (вычерченномъ не въ очень маломъ масштабѣ) и затѣмъ на этой же фигурѣ надписать — въ скобкахъ — соотвѣтствующія напряженія, какъ это сдѣлано напр. на фиг. 392 для U_3.

***) На листахъ чертежей 6 и 7 построены линіи вліянія для всѣхъ напряженій разсматриваемой фермы.

Точка E, соотвѣтствующая стержнямъ D_1 и D_2, лежитъ точно также выше G и лѣвѣе точки C. Стержнямъ же D_4 и D_5 соотвѣтствуетъ точка E, которая лежитъ ниже G. Для полученія ${}_{max}D$ надо нагрузить всѣ узлы правѣе разсматриваемаго сѣченія. Если бы E лежала выше G, но правѣе C, что можетъ случиться, когда C находится ниже прямой BG, то линіей раздѣла нагрузки была бы вертикаль, проведенная черезъ E, (но не сѣченіе tt). Тогда слѣдовало бы для опредѣленія ${}_{min}D$ нагрузить всѣ узлы правѣе E *).

Чтобъ получить предѣльное значеніе V_{2p}, проводимъ сѣченіе $t't'$ и соединяемъ точку пересѣченія O_2 и U_3 съ точкой A. Относительно взаимнаго положенія точекъ E, C, G надо различать тѣ же случаи, что и при опредѣленіи D. Въ данномъ примѣрѣ наибольшее сжатіе въ V_2 будетъ при нагрузкѣ узловъ 2, 3, 4 между tt и E''. Получимъ: $A=(8+7+6)A'=21A'$; $H=(2+3+4)H'=9H'$ и

$$ {}_{min}V_{2p} = -0{,}319 \cdot 21 + 0{,}390 \cdot 9 = -3{,}2 \text{ т.} $$

Подобнымъ образомъ опредѣлимъ для каждаго напряженія два предѣльныхъ значенія, зависящихъ отъ подвижной нагрузки, и составимъ слѣдующую таблицу:

	Нагружаемые узлы.	$\frac{A}{A'}=$	$\frac{H}{H'}=$	Напряженія въ тоннахъ.
${}_{max}O_4$	5, 6, 7, 8, 9	15	15	${}_{max}O_4 = +5{,}1$
${}_{max}O_3$	5, 6, 7, 8, 9	15	15	${}_{max}O_3 = +5{,}7$
${}_{max}O_2$	4, 5, 6, 7, 8, 9	21	19	${}_{max}O_2 = +4{,}2$
${}_{max}O_1$	4, 5, 6, 7, 8, 9	21	19	${}_{max}O_1 = +2{,}1$
${}_{min}U_4$	4, 5, 6, 7, 8, 9	21	19	${}_{min}U_{p4} = -19{,}8$
${}_{min}U_3$	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	28	22	${}_{min}U_{p3} = -20{,}4$
${}_{min}U_2$	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	36	24	${}_{min}U_{p2} = -20{,}4$
${}_{max}D_1$	1, 2, 3	24	6	${}_{max}D_1 = +3{,}4$
${}_{max}D_2$	2, 3, 4	21	9	${}_{max}D_2 = +2{,}9$
${}_{max}D_3$	3, 4	13	7	${}_{max}D_3 = +2{,}7$
${}_{max}D_4$	4, 5, 6, 7, 8, 9	21	9	${}_{max}D_4 = +2{,}5$
${}_{max}D_5$	5, 6, 7, 8, 9	15	15	${}_{max}D_5 = +5{,}5$
${}_{min}V_0$	0, 1, 2, 3 **)	29	6	${}_{min}V_{p0} = -3{,}6$
${}_{min}V_1$	1, 2, 3, 4	30	10	${}_{min}V_{p1} = -3{,}9$
${}_{min}V_2$	2, 3, 4	21	9	${}_{min}V_{p2} = -3{,}2$
${}_{min}V_3$	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	28	22	${}_{min}V_{p3} = -2{,}5$
${}_{min}V_4$	4, 5, 6, 7, 8, 9	21	19	${}_{min}V_{p4} = -3{,}3$

*) Читателю рекомендуется прочертить самому эти линіи вліянія.

**) На узелъ O приходится $\frac{1}{2}\,p\lambda$, поэтому $A=\left(\frac{10}{2}+9+8+7\right)A'=29A'$.

По уравненіямъ (4) получаемъ для всѣхъ напряженій O и U значенія:

$${}_{min}O = -{}_{max}O \text{ и } {}_{min}D = -{}_{max}D,$$

затѣмъ ${}_{max}U_{mp} = -{}_{min}U_{pm} + U_{pm}$. слѣдовательно

$${}_{max}U_{2p} = +20{,}4 - 20{,}0 = +0{,}4 \text{ т.}$$
$${}_{max}U_{p3} = +20{,}4 - 19{,}4 = +1{,}0 \text{ т.}$$
$${}_{max}U_{p4} = +19{,}8 - 18{,}9 = +0{,}9 \text{ т.}$$

и ${}_{max}V_{pm} = -{}_{min}V_{pm} - p\lambda$, т. е.

${}_{max}V_{p1} = +3{,}9 - 2{,}0 = +1{,}9$ т.	${}_{max}V_{p3} = +2{,}5 - 2{,}0 = +0{,}5$ т.
${}_{max}V_{p2} = +3{,}2 - 2{,}0 = +1{,}2$ т.	${}_{max}V_{p4} = +3{,}3 - 2{,}0 = +1{,}3$ т.

Для крайнихъ вертикалей надо вставить $\frac{1}{2}\,p\lambda$ вмѣсто $p\lambda$, почему получимъ:

$${}_{max}V_{0p} = +3{,}6 - 1{,}0 = +2{,}6 \text{ т.}$$

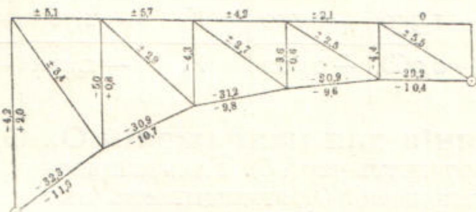
Если къ предѣльнымъ значеніямъ U_p и V_p прибавить еще напряженія U и V_g, зависящія отъ постоянной нагрузки, то получимъ окончательно: ($g\lambda = 1{,}1$ т.).

${}_{min}U_2 = -19{,}8 - 11{,}1 = -30{,}9$ т.	${}_{max}U_2 = +0{,}4 - 11{,}1 = -10{,}7$ т.
${}_{min}U_3 = -20{,}4 - 10{,}8 = -31{,}2$ т.	${}_{max}U_3 = +1{,}0 - 10{,}8 = -9{,}8$ т.
${}_{min}U_4 = -20{,}4 - 10{,}5 = -30{,}9$ т.	${}_{max}U_4 = +0{,}9 - 10{,}5 = -9{,}6$ т.

${}_{min}V_0 = -3{,}6 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 = -4{,}2$ т.	${}_{max}V_0 = +2{,}6 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 = +2{,}0$ т.
${}_{min}V_1 = -3{,}9 - 1{,}1 = -5{,}0$ т.	${}_{max}V_1 = +1{,}9 - 1{,}1 = +0{,}8$ т.
${}_{min}V_2 = -3{,}2 - 1{,}1 = -4{,}3$ т.	${}_{max}V_2 = +1{,}2 - 1{,}1 = 0$ (приблизител.).
${}_{min}V_3 = -2{,}5 - 1{,}1 = -3{,}6$ т.	${}_{max}V_3 = +0{,}5 - 1{,}1 = -0{,}6$ т.
${}_{min}V_4 = -3{,}2 - 1{,}1 = -4{,}4$ т.	${}_{max}V_4 = +1{,}3 - 1{,}1 = 0$ (приблизител.).

Каждая изъ двухъ вертикалей около средняго шарнира *сжимается* силой $\frac{1}{2}\,q\lambda = 1{,}6$ т.

На слѣдующей фигурѣ ради наглядности всѣ напряженія вписаны на схемѣ моста.



Фиг. 396.

§ 49.

Численный примѣръ. Линіи вліянія для арочной фермы пролетомъ въ 30 метровъ.

Построимъ линіи вліянія для арочной фермы, фиг. 392, и воспользуемся ими для опредѣленія напряженій при различнаго рода нагрузкѣ.

Сначала найдемъ напряженія S' и S_G. Первыя, соотвѣтствующія состоянію нагрузки $A'=1$, получаются изъ діаграммы напряженій фиг. 393, (листъ черт. 6). Если предположимъ, что $A'=1$, то надо пользоваться масштабомъ II. Результаты видны изъ слѣдующей таблицы. Для полученія напряженій S_G отъ дѣйствія груза 1, приложеннаго къ вершинѣ, разложимъ опорное сопротивленіе на $A'=\frac{1}{2}$ и $H'=1\frac{l}{4f}=1.\frac{30}{4\cdot4}=1{,}875$ и опредѣлимъ вліяніе A' и H' отдѣльно. Долю напряженій S_G, зависящихъ отъ H', получимъ изъ діаграммы напряженій, фиг. 394 (масштабъ III); если эту долю напряженій обозначить черезъ S_H, то получимъ: $S_G=\frac{1}{2}S'+S_H$.

Такимъ образомъ найдемъ:

Стержни.	S'	S_H	S_G	Стержни	S'	S_H	S_G
O_1	$-0{,}787$	$+0{,}709$	$+0{,}315$	U_2	$+0{,}840$	$-2{,}758$	$-2{,}338$
O_2	$-2{,}230$	$+1{,}784$	$+0{,}669$	U_3	$+2{,}308$	$-3{,}787$	$-2{,}633$
O_3	$-4{,}762$	$+3{,}333$	$+0{,}952$	U_4	$+4{,}822$	$-5{,}275$	$-2{,}864$
O_4	$-8{,}511$	$+5{,}106$	$+0{,}851$	U_5	$+8{,}523$	$-6{,}991$	$-2{,}730$
D_1	$+1{,}273$	$-1{,}145$	$-0{,}509$	V_0	$-1{,}000$	$+0{,}900$	$+0{,}400$
D_2	$+1{,}938$	$-1{,}445$	$-0{,}476$	V_1	$-1{,}294$	$+0{,}965$	$+0{,}318$
D_3	$+2{,}992$	$-1{,}831$	$-0{,}335$	V_2	$-1{,}595$	$+0{,}976$	$+0{,}179$
D_4	$+4{,}142$	$-1{,}959$	$+0{,}112$	V_3	$-1{,}762$	$+0{,}833$	$-0{,}048$
D_5	$+3{,}780$	$-0{,}968$	$+0{,}922$	V_4	$-1{,}454$	$+0{,}372$	$-0{,}355$

Линіи вліянія для напряженій O_1, O_2, O_3. O_4 представлены на фиг. 397 (листъ черт. 6). Такъ напримѣръ, чтобъ получить линію вліянія для напряженія O_2, откладываемъ (въ масштабѣ 3,0=5 см.) отрѣзки: $\overline{A_2J_2}=S'=-2{,}230$ и $\overline{GG'}=S_G=+0{,}669$ *), а затѣмъ уже проводимъ прямыя I, II, III. Если не желаемъ опредѣлять S_G, то

*) Достаточно ограничиться двумя десятичными знаками. Численныя значенія, выведенныя раньше, провѣрены авторомъ.

прямую I проводимъ послѣ опредѣленія точки J_2 помощью нулевой точки N_2, лежащей подъ точкой E_2. E_2 есть точка пересѣченія прямой, проходящей черезъ точку A и нижній узелъ 2, съ прямой BG. Если же ни S_G, ни S' не даются, то опредѣляемъ отрѣзокъ $\overline{RT} = O_2'''$, который отрѣзается прямыми I и III на вертикали узла 1, при разложеніи силы $= 1$ по направленіямъ O_2 и D_2, фиг. 397,f. Затѣмъ даемъ прямой I произвольное положеніе, фиг. 397,e, откладываемъ $\overline{RT} = O'''_2$; проводимъ прямую III, а по опредѣленіи нулевой точки N_2 проводимъ прямыя A_2B_2 и II.

Послѣдній способъ цѣлесообразнѣе другихъ, но требуетъ очень точнаго чертежа, а именно точнаго опредѣленія точки N. Вообще же при опредѣленіи S' и SG получимъ достаточно точные чертежи, правильность которыхъ легко провѣрить, если опредѣлимъ точку N помощью точки E и отрѣзка $\overline{RT} = O'''$, получаемаго при разложеніи силы $= 1$.

Линіи влiянiя для напряженiй U_2, U_3, U_4, U_5 *) построены на фиг. 398. При данныхъ значеніяхъ S' и S_G прямая I линіи вліянія, напр., для напряженія U_3 опредѣлится помощью ординатъ $A_3J_3 = S' = +2{,}308$ и $GG' = S_G = -2{,}633$. Вмѣсто S_G можно воспользоваться также нулевой точкой N_3. Наконецъ можно опредѣлить отрѣзокъ $\overline{RT} = U_3'''$, лежащій на вертикали узла 3, разлагая грузъ 1 по направленіямъ D_3 и U_3, фиг. 398, e, и затѣмъ уже строимъ линію вліянія для U_3 помощью U_3''' и точки N_3.

Точки E_5 и N_5, соотвѣтствующія стержню U_5, находятся лѣвѣе узла 4 верхняго пояса, который лежитъ выше линіи пересѣченія опорныхъ сопротивленій. Вслѣдствіе этого всѣ ординаты линіи вліянія для U_5 будутъ отрицательны.

Линiи влiянiя для напряженiй D и V въ промежуточныхъ стержняхъ построены на листѣ 7 чертежей. Опишемъ построеніе линіи вліянія для D_3, фиг. 399, c. Откладываемъ $\overline{A_3J_3} = S' = +2{,}992$, $GG' = S_G = -0{,}335$ и проводимъ прямую I, которая пересѣкаетъ вертикаль, проведенную черезъ C_3 — точку пересѣченія стержней O_3 и U_3, въ точкѣ C'_3; а этой точкой опредѣлится положеніе прямой II **). Теперь проводимъ прямыя III и IV. Прямую I можно также провести при помощи точекъ J_3 и N_3; N_3 лежитъ на вертикали подъ E_3—точкой пересѣченія прямыхъ BG и AC_3. Кромѣ того легко получить отрѣзокъ $\overline{RT} = D_3'''$, который отрѣзаютъ прямыя I и II на вертикали, проведенной черезъ узелъ 3. Необходимо будетъ только разложить грузъ 1 по направленіямъ D_3 и O_3, фиг. 399, f.

Но быстрѣе всего получимъ линію вліянія, если построимъ ее съ помощью отрѣзка D''' и точекъ E и C. Для этого прямую I про-

---

*) $U_1 = -\frac{H}{\cos\gamma_1}$ для всякаго состоянія нагрузки (если имѣемъ въ виду только вертикальную нагрузку), а потому предѣльныя значенія U получаются изъ значеній H. О линіи вліянія для H говорилось уже въ № 103 (Выпускъ II). Предѣльныя напряженія H необходимы для расчета опоръ.

**) Цѣлесообразнѣе будетъ опредѣлить точку C расчетомъ. Разстояніе точки C_3 отъ вертикали узла 2

$$= \lambda \frac{h_2}{h_2 - h_3} = 3{,}0 \frac{2{,}69}{2{,}69 - 1{,}89} = 10{,}0875 \text{ м}.$$

водимъ произвольно, откладываемъ отрѣзокъ $RT = D'''$, проводимъ прямую III, опредѣляемъ на прямой I точки C' и N, проводимъ черезъ C' и T прямую II и черезъ A и N прямую AB. Наконецъ проводимъ прямую IV. Но при этомъ способѣ мы предполагаемъ, что точки E и C имѣютъ удачное положеніе; въ разсматриваемомъ примѣрѣ это условіе удовлетворено для всѣхъ промежуточныхъ стержней.

Для сравненія можно сослаться на примѣчаніе въ концѣ описанія линій вліянія для O *).

Для построенія линіи вліянія для V_2 (фиг. 400, c) надо опредѣлить положеніе прямой I помощью значеній: $\overline{A_2J_2} = S' = -1{,}595$ и $GG' = S_G = +0{,}179$ или посредствомъ S' и нулевой точки N, которая соотвѣтствуетъ въ данномъ случаѣ нулевой точкѣ N_3 на фиг. 399, c, потому что O_2 и U_3 пересѣкаются въ той же точкѣ C_3, что и O_3 и U_3. Затѣмъ проводимъ вертикаль черезъ точку C_3 до пересѣченія въ точкѣ C'_3 съ прямой I, потомъ проводимъ прямую II и наконецъ III и IV. Можно также опредѣлить отрѣзокъ $\overline{RT} = V_2'''$, отсѣкаемый прямыми I и II на вертикали узла 2, разлагая грузъ $= 1$ по направленіямъ O_2 и V_2. Получаемъ $V_2''' = 1$.

Покажемъ теперь на нѣкоторыхъ примѣрахъ, какъ надо пользоваться построенными линіями вліянія.

Вліяніе равномѣрно распредѣленной нагрузки. Отыщемъ предѣльныя значенія напряженій U_3, предполагая, что $g = 0{,}37$ т., $p = 0{,}665$ т. и $q = g + p = 1{,}035$ т.

Если F_1—есть величина отрицательной части площади вліянія и F_2—величина положительной части, то по правиламъ, выведеннымъ въ № 60 (уравн. 5 и 6—Выпускъ II), получимъ:

$$_{max}U_3 = qF_2 - gF_1 = q\,a\left(\frac{F_2}{a} - \frac{g}{q}\,\frac{F_1}{a}\right)$$

$$_{min}U_3 = g\,F_2 - qF_1 = qa\left(\frac{g}{q}\,\frac{F_2}{a} - \frac{F_1}{a}\right),$$

гдѣ a—означаетъ длину произвольнаго участка. Если обратить площади F_1 и F_2 въ треугольники, основаніе которыхъ $= a$, и обозначить высоты этихъ треугольниковъ черезъ h_{II} и h_I, то получимъ:

$$(1)\qquad _{max}U_3 = \frac{qa}{2}\left(h_{II} - \frac{g}{q}\,h_I\right);\quad _{min}U_3 = \frac{qa}{2}\left(\frac{g}{q}\,h_{II} - h_I\right).$$

Длину a надо такъ выбрать, чтобъ величина $\frac{1}{2}\,qa$ выражалась удобнымъ числомъ **). Напримѣръ, если въ данномъ случаѣ вы-

---

*) Точка N_1 на фиг. 399, a имѣетъ то же положеніе, что и точка N_1 на фиг. 397, a.

**) Относительно выбора длины a надо также поставить условіемъ, чтобы при превращеніи площадей не получались острыя пересѣченія. Иногда удобнѣе будетъ превратить очень маленькую площадь въ треугольникъ съ основаніемъ $\frac{1}{n}\,a$, а затѣмъ уже придется раздѣлить высоту этого треугольника на n, гдѣ n произвольное цѣлое число.

брать $a = 19{,}324$ м. то получимъ $\frac{1}{2}\,qa = 10{,}000$ т. Построеніемъ находимъ величины $h_{II} = 0{,}12$; $h_I = 3{,}14$ и затѣмъ получимъ:

$$_{max}U_3 = 10\left(0{,}12 - \frac{0{,}37}{1{,}035}\,.\,3{,}14\right) = -10 \text{ т. (округляя).}$$

$$_{min}U_3 = 10\left(\frac{0{,}37}{1{,}085}\,0{,}12 - 3{,}14\right) = -31 \text{ т. *).}$$

На фиг. 398 *b* показаны вспомогательныя линіи для опредѣленія h_I: $\overline{B_3K} = a$, затѣмъ $G'S$ проведено горизонтально, $N_3H \parallel KS$ и наконецъ $\overline{B_3H} = h_I$.

Чтобъ избѣгнуть умноженія на $\frac{1}{2}\,qa$, можно замѣнить при вычерчиваніи линій вліянія грузъ 1, передвигающійся по фермѣ, грузомъ $\frac{1}{2}\,qa$. Тогда для какого нибудь напряженія S получимъ предѣльныя значенія:

$$_{max}S = h_{II} - \frac{g}{q}\,h_I \text{ и } _{min}S = \frac{g}{p}\,h_{II} - h_I.$$

Покажемъ другой способъ отысканія предѣльныхъ напряженій V_2; этотъ способъ былъ примѣненъ въ № 60 (Выпускъ II) для случая равныхъ панелей. Чтобъ получить $_{max}V_2$, нагружаютъ каждый узелъ положительнаго участка грузомъ $q\lambda = 1{,}035\,.\,3{,}0 = 3{,}11$ т., а каждый узелъ отрицательнаго участка грузомъ $g\lambda = 0{,}37\,.\,3{,}0 = 1{,}11$ т. Сумма ординатъ, соотвѣтствующая первымъ узламъ, по фиг. 400 с, равняется: $\Sigma_2 = \eta_1 + \eta_5 + \eta_6 + \eta_7 + \eta_8 + \eta_9 = 0{,}59$, а сумма ординатъ подъ остальными узлами равна: $\Sigma_1 = \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 = 1{,}59$, откуда (по уравн. 7 въ № 60 — Выпускъ II).

$$_{max}V_2 = 3{,}11\,.\,0{,}59 - 1{,}11\,.\,1{,}59 = +0{,}1 \text{ т.,}$$

а перемѣнивъ грузъ $q\lambda$ на $g\lambda$:

$$_{min}V_2 = 1{,}11\,.\,0{,}59 - 3{,}11\,.\,1{,}59 = -4{,}3 \text{ т. **).}$$

Если подвижная нагрузка состоитъ изъ ряда колесъ поѣзда, а постоянная нагрузка равномѣрно распредѣлена, то вліяніе послѣдней можно представить вышеописаннымъ способомъ въ формѣ $\frac{1}{2}\,ga\,(h_{II} - h_I)$ или $g\lambda\,[\Sigma_2 - \Sigma_1]$. При превращеніи площадей основаніе a надо такъ выбрать, чтобъ получился удобный множитель $\frac{1}{2}\,ga$.

---

*) См. численный примѣръ въ № 198.

**) Для данной параболической арки, при полной нагрузкѣ p, должно получиться: $V_p = -p\lambda$. Въ дѣйствительности имѣемъ: $V_p = p\lambda\,[\Sigma_2 - \Sigma_1] = -p\lambda$. Напряженія O и D при полной нагрузкѣ должны быть $= 0$, такъ напримѣръ, для фиг. 399 с должно быть: $\eta_1 + \eta_2 + \eta_5 + \eta_6 + \eta_7 + \eta_8 + \eta_9 = \eta_3 + \eta_4$.

Вліяніе сосредоточенныхъ грузовъ. Разстоянія между осями и нагрузка на ось указаны въ № 61 (Выпускъ II). Мостъ предполагается въ одинъ путь съ двумя главными фермами. На мосту умѣщаются только паровозъ и тендеръ. Давленіе на колесо $L = \frac{1}{2}\, 13$ т., (паровозъ) и $T = \frac{1}{2}\, 9$ т. (тендеръ).

Отыщемъ предѣльныя значенія U_4, фиг. 398, с — листъ 6. Для полученія ${}_{min}U_4$ надо поставить поѣздъ на отрицательномъ участкѣ такъ, чтобъ самые тяжелые грузы стояли вблизи G, а одинъ изъ тяжелыхъ грузовъ надъ G. Затѣмъ вычислимъ значеніе ${}_{max}U_{3p} = L\Sigma\eta_L + T\Sigma\eta_T$. Самое опасное положеніе поѣзда находимъ попытками. Если линія вліянія для какого нибудь участка—прямая линія, то грузы, лежащіе на протяженіи этого участка, могутъ быть соединены въ одну равнодѣйствующую. На чертежѣ показано самое опасное положеніе поѣзда; сумма соотвѣтствующихъ грузамъ L пяти ординатъ (измѣренныхъ циркулемъ) $= 8{,}33$. Ордината подъ среднею осью тендера $\eta = 1{,}55$; эту ось считаемъ въ 27 т. Такимъ образомъ получаемъ:

$$ {}_{min}U_{4p} = -\tfrac{1}{2}\,[13 \cdot 8.33 + 27 \cdot 1{,}55] = -75{,}1 \text{ т.} $$

Подобнымъ же образомъ находимъ при загрузкѣ положительнаго участка:

$$ {}_{max}U_{4p} = +\tfrac{1}{2} \cdot 39 \cdot 0{,}18 + \tfrac{1}{2} \cdot 9 \cdot 0{,}07 = +3{,}8 \text{ т.} $$

Надо еще отыскать предѣльныя значенія D_2. Положительный участокъ здѣсь настолько коротокъ, что, при установкѣ локомотива съ тендеромъ, большая часть послѣдняго лежитъ по другую сторону точки раздѣла нагрузки. Для положенія поѣзда, показаннаго на фиг. 399 b, имѣемъ:

$$ {}_{max}D_3 = \tfrac{1}{2} \cdot 13 \cdot 2{,}22 - \tfrac{1}{2} \cdot 27 \cdot 0{,}14 = +14.43 - 1{,}89 = +12{,}6 \text{ т.} $$

Если не принимать во вниманіе тендера, то получимъ ${}_{max}D_3 = +14{,}4$ т. Не смотря на то, что это напряженіе соотвѣтствуетъ невѣроятному положенію нагрузки, однако рекомендуется разсматриваемой діагонали дать нѣсколько большее сѣченіе. Во всякомъ случаѣ на значеніе ${}_{max}D_3 = +12{,}6$ т. надо смотрѣть какъ на наименьшее, если только мы не принимаемъ во вниманіе дѣйствіе болѣе короткихъ поѣздовъ. Очень можетъ случиться, что танкъ-паровозъ можетъ вызвать большее напряженіе *).

Отрицательный участокъ линіи вліянія для D_2 состоитъ изъ двухъ частей. Предположимъ, что нагруженъ только одинъ участокъ **), фиг. 399 b, тогда получимъ:

$$ {}_{min}D_2 = -\tfrac{1}{2}\,(39 \cdot 0{,}43 + 27 \cdot 0{,}21 + 13 \cdot 0{,}04) = -11{,}5 \text{ т.} $$

---

*) См. № 89—Выпускъ II.

**) По постановленію нашего Министерства Путей Сообщенія можно дѣлать разрывы въ поѣздахъ (пустые вагоны).

Примѣчаніе переводчиковъ.

ОТДѢЛЪ XII.

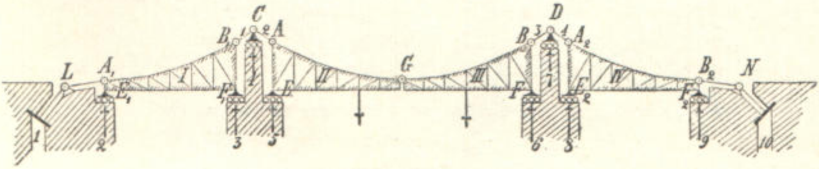
Статически опредѣлимые висячіе мосты и шарнирныя арки, усиленныя балкой.

§ 50.

Висячіе мосты съ простыми рѣшетчатыми фермами.

а) Изслѣдованіе висячаго моста, представленнаго на фиг. 401.

199. Разсматриваемая ферма состоитъ изъ 4-хъ подвижныхъ рѣшетчатыхъ частей I, II, III и IV, лежащихъ на подвижныхъ опорахъ. Эти рѣшетки соединены между собой стержнями B_1C, CA, BD и DA_2. Опорныя точки C и D лежатъ на одной горизонтали. Въ точкахъ A_1 и B_2 прикрѣплены удерживающія цѣпи A_1L и B_2N, напряженія которыхъ причисляются къ сопротивленіямъ опоръ. Ферма удовлетворяетъ условіямъ статической опредѣлимости и жесткости, (см. № 150, Выпускъ III).



Фиг. 401.

Это условіе выражается уравненіемъ

$$(1) \qquad 2(g' + 2g'' + 3g''' + \ldots\ldots + ng^n) + r + a = 3s + 2k,$$

гдѣ:

$a = 10$, число неизвѣстныхъ опорныхъ сопротивленій
(6 опоръ $+$ 2 на башняхъ $+$ 2 удержив. цѣпи),
$r = 4$, число стержней (у вершинъ башенъ),
$s = 4$, число жесткихъ частей (I, II, III, IV),
$k = 2$, число узловыхъ точекъ на башняхъ,
$g' = 1$, число среднихъ шарнировъ.

Сложныхъ шарнировъ нѣтъ, поэтому получаемъ:

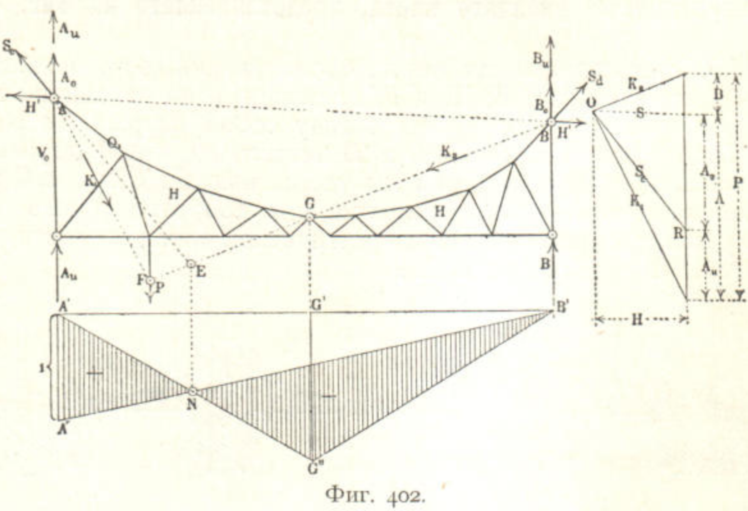
$$2g' + r + a = \underbrace{2 + 4 + 10}_{16} = 3s + 2k = \underbrace{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}_{16},$$

т. е. ферма статически опредѣлима.

Дальнѣйшее изслѣдованіе покажетъ, что дѣйствительно можно опредѣлить всѣ неизвѣстныя сопротивленія.

Предположимъ, что всѣ стержни жестки и всѣ подвижныя опоры скрѣплены съ башнями. Это необходимо на тотъ случай, если, напримѣръ на часть II дѣйствуетъ горизонтальная сила, направленная влѣво; тогда стержни AC, CB_1 и A_1L сжаты и при C вызывается отрицательное сопротивленіе опоры (сверху внизъ). Въ дѣйствительности же всѣ эти стержни дѣлаются какъ растянутые, а опоры на башняхъ не укрѣпляются, но это потому, что растяженія въ упомянутыхъ стержняхъ и положительныя сопротивленія опоръ значительно больше другихъ, вслѣдствіе того, что собственный вѣсъ сильнѣе вліяетъ, чѣмъ другія внѣшнія силы.

200. Изслѣдованіе средняго пролета. Выяснимъ только дѣйствіе вертикальныхъ грузовъ и изслѣдуемъ вліяніе сосредоточеннаго груза P, дѣйствующаго на средній пролетъ. При



Фиг. 402.

этомъ разсмотримъ общій случай, когда точки A и B лежатъ на разныхъ высотахъ, фиг. 402. Напряженія S_c и S_d *) въ точкахъ A

*) Ради краткости обозначимъ напряженія въ стержняхъ LA_1, B_1C, CA, BD — по порядку S_a, S_b, S_c, S_d.

и B разложимъ на вертикальныя составляющія A_o и B_o и на составляющія, по направленію замыкающей стороны AB, равныя и прямо противоположныя H'. Вертикальныя сопротивленія опоръ частей II и III — A_u и B_u перенесемъ въ точки A и B; тогда получимъ:

$$A = A_o + A_u$$
$$\text{и } B = B_o + B_u.$$

Теперь часть фермы AGB можно разсматривать какъ перевернутую рѣшетчатую трехшарнирную арку. Всѣ напряженія опредѣлятся какъ для трехшарнирной арки, перемѣнивъ во всѣхъ напряженіяхъ знаки; а потому здѣсь примѣнимы всѣ выводы и результаты § 24 — отдѣлъ X. Только при расчетѣ напряженія V_o въ конечной вертикали силу A_u переносить нельзя. Напряженіе S_e опредѣлится, зная, что горизонтальная проекція этой силы равняется H; строимъ для узла A многоугольникъ силъ, тогда и получимъ величину V. Если S_e совпадаетъ съ направленіемъ O_1 (фиг. 403), то $V_o = 0$. *Крайнюю вертикаль тогда можно выпустить* *).

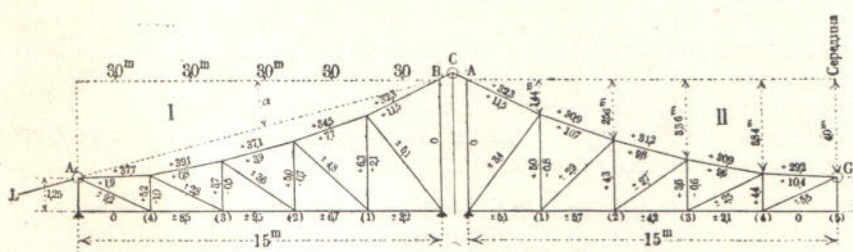
Если средній пролетъ не будетъ нагруженъ, то всѣ напряженія его частей изчезаютъ. Грузы, дѣйствующіе на части I и IV (фиг. 401), не оказываютъ никакого вліянія на напряженія части фермы AGB; они не вызываютъ также никакихъ напряженій въ стержняхъ CA, BD, B_1C, DA_2, LA_1, A_2N, а потому эти части I и IV могутъ разсматриваться какъ простыя фермы.

Численный примѣръ.

Фиг. 403 представляетъ половину главной фермы пѣшеходнаго моста. Данныя нагрузки взяты изъ предыдущаго примѣра (№ 198).

$$\left.\begin{array}{l} g = 0{,}37 \text{ тон.} \\ p = 0{,}665 \;\;" \\ q = 1{,}035 \;\;" \end{array}\right\} \text{на пог. метръ.}$$

Средній пролетъ имѣетъ тѣже размѣры, что и арочная ферма на фиг. 392. Напряженія въ частяхъ средняго пролета опредѣлены



Фиг. 403.

*) Если разсматривать часть фермы AGB какъ перевернутую трехшарнирную арку, то въ фиг. 401 надо удалить опоры частей II и III, а среднюю линію между конечными вертикалями частей II и I надо провести черезъ C; эти стержни можно помѣстить въ пустотахъ башенъ. Опора C попрежнему двигается въ горизонтальномъ направленіи.

какъ для перевернутой арки, фиг. 396, причемъ перемѣнены всѣ знаки и V_0 положено равнымъ 0. Для отысканія предѣльныхъ значеній сопротивленія опоры A_u (фиг. 402) строимъ линію вліянія для A_u.

$A_u = A - A_0$, гдѣ A сопротивленіе опоры простой балки AB, а A_0 — также какъ и напряженіе S_c — пропорціонально горизонтальному напряженію H. Линія вліянія для A_0 состоитъ (также какъ и линія для H) изъ двухъ прямыхъ $A'G''$ и $G''B'$, точка пересѣченія которыхъ G'' соотвѣтствуетъ шарниру, а потому заштрихованная площадь фиг. 402, (гдѣ прямая $B'A''$ означаетъ линію вліянія для A), есть искомая площадь вліянія для A_u; она опредѣлится легко, если только будетъ дано положеніе нулевой точки N (точка раздѣла нагрузки). Чтобъ опредѣлить положеніе точки N, выяснимъ вліяніе груза P, дѣйствующаго лѣвѣе G, фиг. 402. Прямая BG пересѣкаетъ направленіе груза въ точкѣ F. Разложимъ P на $K_2 \parallel BG$ и на $K_1 \parallel AF$ и проведемъ въ многоугольникѣ силъ лучъ $S \parallel AB$; затѣмъ разложимъ P на A и B. Если проведемъ еще лучъ $OR \parallel S_c$, то прямая OR дастъ величину напряженія для S_c, а точка R раздѣлитъ A на A_0 и A_u. Если прямая AF совпадаетъ съ направленіемъ S_c, и значитъ направленіе груза P проходитъ черезъ точку пересѣченія линій S_c и BG, то получимъ $A_u = 0$; а отсюда слѣдуетъ, что нулевая точка N лежитъ на вертикали точки E. Въ настоящемъ примѣрѣ точка E лежитъ въ четвертой панели. Опредѣлимъ теперь ${}_{max}A_u$ и ${}_{min}A_u$, принимая во вниманіе законы, выведенные для параболической арки и ссылаясь на расчеты, произведенные въ № 198. Для полученія ${}_{min}A_{up}$ (отъ подвижной нагрузки — знакъ p) надо нагрузить правую часть, т. е. узлы 4 до 9, на каждый узелъ по $p\lambda$.

Тогда получимъ (по № 198):

$$A = 21 \quad A' = 21 \cdot 0{,}2 = 4{,}2 \text{ т.}$$
$$H = 19 \quad H' = 19 \cdot 0{,}75 = 14{,}75 \text{ т.}$$

Но $A_0 = H tg\gamma_1$ и $A_u = A - A_0 = A - H tg\gamma_1$ (гдѣ γ_1 — уголъ наклоненія части CA), поэтому имѣемъ:

$${}_{min}A_{up} = 4{,}2 - 14{,}75 \cdot \frac{1{,}44}{3{,}00} = -2{,}6 \text{ тоннъ.}$$

При полной нагрузкѣ p *) будемъ имѣть $A_{up} = \frac{1}{2} p\lambda = 1{,}0$ тон.; но такъ какъ ${}_{max}A_{up} + {}_{min}A_{up} = A_{up}$,
слѣдовательно ${}_{max}A_{up} = +2{,}6 + 1{,}0 = +3{,}6$ тон.

Постоянная нагрузка даетъ $A_{ug} = \frac{1}{2} g\lambda = \frac{1}{2} \cdot 0{,}37 \cdot 3{,}0 = 0{,}6$ тон., и затѣмъ получаемъ окончательно:

$${}_{min}A_u = -2{,}6 + 0{,}6 = -2{,}0 \text{ тонны.}$$
$$\text{и } {}_{max}A_u = +3{,}6 + 0{,}6 = +4{,}2 \text{ тон.}$$ **).

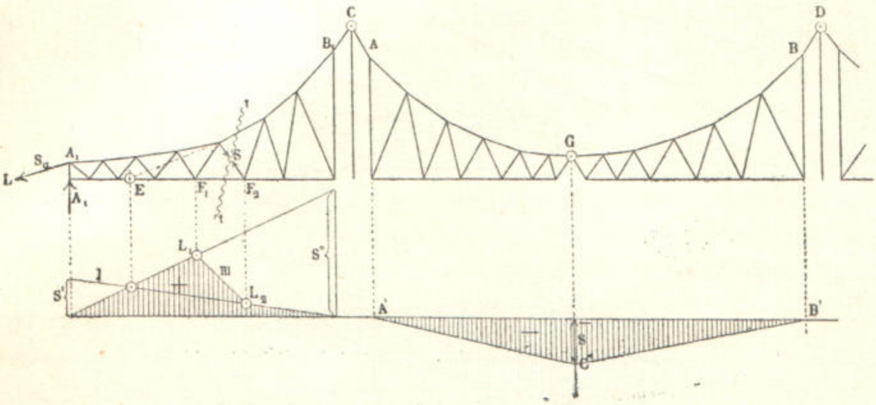
Такъ какъ ${}_{min}A_u$ отрицательно, то разсматриваемая опора должна быть прикрѣплена къ быку.

---

*) Веревочный многоугольникъ совпадаетъ съ верхнимъ поясомъ.

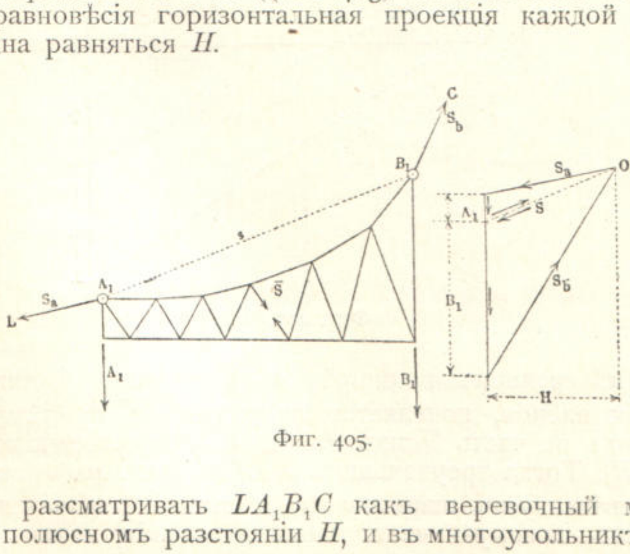
**) Для арки (фиг. 396) получаются тѣже самыя значенія для конечныхъ вертикалей, но только съ другими знаками.

201. Изслѣдованіе бокового пролета. Если грузы дѣйствуютъ только между A_1 и B_1, то часть фермы A_1B_1 разсматривается, какъ простая балка, и линіи вліянія для нея строятся по общимъ правиламъ (§ 37—Выпускъ IV). Для построенія линіи вліянія для напряженія S (фиг. 404) опредѣляютъ сначала напряженіе S' для случая, когда $A_1 = 1$, находя точку пересѣченія E двухъ другихъ стержней даннаго сѣченія tt (См. № 169—Выпускъ IV). Линія вліянія для этого случая состоитъ изъ трехъ прямыхъ. Если E находится лѣвѣе A_1, то раздѣлъ нагрузки получается въ данной панели. Если E лежитъ между A_1 и B_1, то всѣ грузы, находящіеся



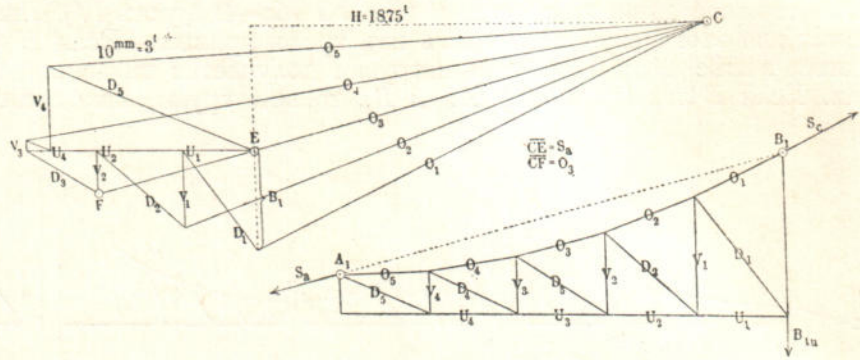
Фиг. 404.

между A_1 и B_1, дѣйствуютъ на разсматриваемый стержень въ одномъ и томъ же направленіи. Какъ поступать въ случаѣ неблагопріятнаго положенія точки E и какъ получить болѣе точное построеніе, было сказано раньше въ № 187. Опредѣлимъ еще вліяніе неподвижной нагрузки, находящейся на среднемъ пролетѣ. Опредѣливъ горизонтальное напряженіе H, вызываемое этой нагрузкой, найдемъ напряженія S_b и S_a (фиг. 405) на основаніи того условія, что для равновѣсія горизонтальная проекція каждой изъ этихъ силъ должна равняться H.

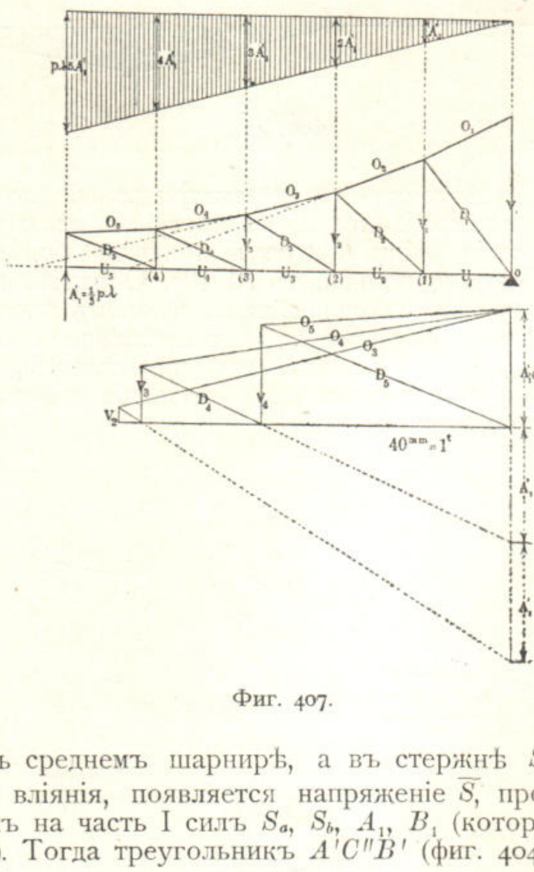


Фиг. 405.

Если разсматривать LA_1B_1C какъ веревочный многоугольникъ при полюсномъ разстояніи H, и въ многоугольникѣ силъ провести черезъ O линію s, параллельную A_1B_1, то получимъ для фиг. 405—величину и направленіе силъ A_1 и B_1. Если направленіе S_a совпадаетъ съ прямой A_1B_1, какъ показано на фиг. 403, то получаемъ $A_1 = 0$. Предположимъ, что сила H, на фиг. 405, представляетъ горизонтальное напряженіе, происходящее отъ груза$=1$, при-



Фиг. 406.



Фиг. 407.

ложеннаго въ среднемъ шарнирѣ, а въ стержнѣ S, для котораго ищемъ линію вліянія, появляется напряженіе $\overline{S}$, происходящее отъ дѣйствующихъ на часть I силъ S_a, S_b, A_1, B_1 (которыя всѣ пропорціональны H). Тогда треугольникъ $A'C''B'$ (фиг. 404), вершина котораго соотвѣтствуетъ шарниру G, а высота равняется $GG' \doteq \overline{S}$, представляетъ искомую часть площади вліянія, лежащую вправо отъ B_1. Теперь уже легко найти предѣльныя значенія искомаго напряженія *). Описанный способъ годится и для поясовъ, и для промежуточныхъ стержней. Напряженія $\overline{S'}$ и S цѣлесообразнѣе опредѣлять по способу Cremona.

Численный примѣръ.

Возьмемъ ту же самую ферму, фиг. 403, при тѣхъ же условіяхъ нагрузки, ($g = 0{,}37^T$, $p = 0{,}665^T$). Причемъ нѣкоторыя вычисленія можно упростить, такъ какъ узлы верхняго пояса частей I и II лежатъ на параболахъ, вертикальныя оси которыхъ проходятъ черезъ точки A и G. Раньше всего опредѣлимъ тѣ напряженія S_M, которыя происходятъ въ стержняхъ боковаго пролета при нагрузкѣ всего средняго пролета p единицами на пог. метръ. Въ лѣвомъ концѣ фермы дѣйствуетъ одна внѣшняя сила S_a, направленная отъ B_1 къ A_1 фиг. 406, горизонтальная проэкція которой $H_p = \frac{pl^2}{8f} = 18{,}75$ тон. По способу Cremona строимъ діаграмму напряженій S_M, фиг. 406. Эти напряженія выписываемъ въ таблицу. Въ эту же самую таблицу впишемъ напряженія S_A, измѣренныя по діаграммѣ, фиг. 407, для того случая, когда на лѣвомъ концѣ дѣйствуетъ только сопротивленіе опоры $A'_1 = \frac{1}{5}\, p\lambda = {}^1/_5 \,.\, 2{,}0 = 0{,}4$ тонны, производимое грузомъ $p\lambda$,—дѣйствующимъ въ узлѣ 1 **).

Стержни	S_M	S_A	Стержни	S_M	S_A
O_1	20,8	—	U_1	—3,2	—
O_2	23,4	—	U_2	—6,7	—
O_3	26,3	—	U_3	—9,5	—
O_4	28,6	—	U_4	—8,5	—
O_5	27,3	—	U_5	0	—
D_1	+ 5,1	—	V_1	—3,2	—
D_2	+ 4,8	—	V_2	—1,8	—0,04
D_3	+ 3,35	+0,08	V_3	Растяженіе	—0,20
D_4	Сжатіе	+0,47	V_4	Растяженіе	—0,35
D_5	Сжатіе	+0,92	—	—	—
	въ тоннахъ.			въ тоннахъ.	

*) Для случая на фиг. 404 даны — S' — положительно, $\overline{S}$ — отрицательно Грузы, дѣйствующіе на часть IV (фиг. 401), не оказываютъ никакого вліянія на часть I.

**) Для діагоналей измѣряемъ только положительныя значенія напряженій S_M, а для вертикалей — только отрицательныя. Напряженія S_A опредѣляютъ только для тѣхъ стержней, для которыхъ соотвѣтствующая точка E (фиг. 404) лежитъ лѣвѣе точки A_1. Такъ какъ O_2 и U_2, а также O_1 и U_1 пересѣкаются

При полной нагрузкѣ средняго и боковыхъ пролетовъ стержни нижняго пояса и діагонали не испытываютъ напряженій, потому что многоугольникъ силъ совпадаетъ съ верхнимъ поясомъ, въ частяхъ котораго произойдутъ слѣдующія напряженія:

$$O_{1p} = +20{,}8 \text{ тон.}$$
$$O_{2p} = +20{,}0 \quad ,,$$
$$O_{3p} = +19{,}4 \quad ,,$$
$$O_{4p} = +18{,}9 \quad ,,$$
$$O_{5p} = +18{,}8 \quad ,, \quad {}^{*});$$

въ вертикаляхъ напряженія будутъ равны:

$$V_{0p} = 0$$
$$V_{1p} = V_{2p} = V_{3p} = V_{4p} = p\lambda = 2{,}0 \text{ тонны}$$
$$V_{5p} = -A_{1p}.$$

Постоянная нагрузка вызываетъ напряженія:

$$O_{mg} = \frac{H_g}{\cos\beta_m}, \text{ (ср. значенія } U_g \text{ по № 198).}$$

Поэтому имѣемъ:

$$O_{1g} = +11{,}5 \text{ тоннъ}$$
$$O_{2g} = +11{,}1 \quad ,,$$
$$O_{3g} = +10{,}8 \quad ,,$$
$$O_{4g} = +10{,}5 \quad ,,$$
$$O_{5g} = +10{,}4 \quad ,,$$

$$V_{0g} = 0; \; V_{1g} = V_{2g} = V_{3g} = V_{4g} = g\lambda; \; V_{5g} = -A_{1g}.$$

Постоянная нагрузка не вліяетъ на напряженія D и U. Теперь перейдемъ къ отысканію предѣльныхъ значеній напряженій.

1. Нижній поясъ. Въ произвольномъ стержнѣ U будетъ наибольшее сжатіе или наибольшее растяженіе, смотря по тому, нагруженъ средній или разсматриваемый боковой пролетъ.

Такъ какъ $U_g = 0$, то будемъ имѣть:

$$_{max}U = -\,_{min}U.$$

Напряженіе $_{min}U$ равно напряженію S_M, опредѣленному при нагрузкѣ средняго пролета (см. таблицу).

правѣе точки A_1, то S_A опредѣляемъ только для стержней $D_5, D_4, D_3, V_4, V_3, V_2$. При неравныхъ панеляхъ изслѣдуется только положеніе $A_1 = 1$; положеніе же $A_1 = A_1'$ изслѣдовать нѣтъ надобности.

*) $O_{mp} = \frac{H_p}{\cos\beta_m}$, гдѣ β_m уголъ наклоненія O_m. O_{mp} имѣетъ значеніе равное, но противоположное по знаку съ U_{mp}, опредѣленному въ № 198.

Слѣдовательно получимъ:

$$\left.\begin{matrix} max \\ min \end{matrix}\right\} U_1 = \pm 3{,}2 \text{ тонны;} \qquad \left.\begin{matrix} max \\ min \end{matrix}\right\} U_3 = \pm 9{,}5 \text{ тонны}$$

$$\left.\begin{matrix} max \\ min \end{matrix}\right\} U_2 = \pm 6{,}7 \quad \text{„} \qquad \left.\begin{matrix} max \\ min \end{matrix}\right\} U_4 = \pm 8{,}5 \quad \text{„}$$

$$\text{и } U_5 = 0.$$

2. Верхній поясъ. Если нагрузить средній пролетъ p единицами, то получимъ

$$_{max}O_p = S_M;$$

если же эту нагрузку p распредѣлить на боковомъ пролетѣ, то получимъ $_{min}O_p$. Слѣдовательно, при полной нагрузкѣ обоихъ пролетовъ получимъ

$$_{min}O_p + {}_{max}O_p = O_p, \text{ откуда}$$
$$_{min}O_p = -S_M + O_p.$$

Если же принять во вниманіе дѣйствіе постоянной нагрузки, то получимъ

$$_{max}O_p = S_M + O_g \text{ и } {}_{min}O_p = -S_M + O_p + O_g.$$

Такимъ образомъ найдемъ значенія:

$$\begin{aligned}
_{max}O_1 &= +20{,}8 + 11{,}5 = +32{,}3 \text{ тонны}\\
_{max}O_2 &= +23{,}4 + 11{,}1 = +34{,}5 \quad \text{„}\\
_{max}O_3 &= +26{,}3 + 10{,}8 = +37{,}1 \quad \text{„}\\
_{max}O_4 &= +28{,}6 + 10{,}5 = +39{,}1 \quad \text{„}\\
_{max}O_5 &= +27{,}3 + 10{,}4 = +37{,}7 \quad \text{„}\\
_{min}O_1 &= -20{,}8 + 20{,}8 + 11{,}5 = +11{,}5 \text{ тонны}\\
_{min}O_2 &= -23{,}4 + 20{,}0 + 11{,}1 = +7{,}7 \quad \text{„}\\
_{min}O_3 &= -26{,}3 + 19{,}4 + 10{,}8 = +3{,}9 \quad \text{„}\\
_{min}O_4 &= -28{,}6 + 18{,}9 + 10{,}5 = +0{,}8 \quad \text{„}\\
_{min}O_5 &= -27{,}3 + 18{,}8 + 10{,}4 = +1{,}9 \quad \text{„}
\end{aligned}$$

Верхній поясъ растянутъ, слѣдовательно, онъ можетъ быть сдѣланъ изъ полосъ. Для удерживающей цѣпи A_1L (фиг. 403), наклоненной къ горизонту подъ угломъ $=\alpha$, получимъ:

$$_{max}S_a = \left(\frac{H_g + H_p}{\cos\alpha}\right) = (10{,}4 + 18{,}75)\, 1{,}035 = +30{,}2 \text{ тон.}$$

$$_{min}S_a = \frac{H_g}{\cos\alpha} = 10{,}4 \cdot 1{,}035 = +10{,}8 \text{ тон.}$$

3. Діагонали. Такъ какъ точка пересѣченія O_1 и U_1, а также O_2 и U_2, лежитъ правѣе A_1, то грузы, лежащіе на боковомъ пролетѣ, вызываютъ въ діагоналяхъ D_1 и D_2 напряженія одного и того же знака. Нагрузка одного средняго пролета вызываетъ напряженія (такъ какъ $D_g = 0$):

$$_{max}D_1 = S_M = +5{,}1 \text{ тон. и } _{max}D_2 = +4{,}8 \text{ тон.}$$

Нагрузка же боковаго пролета даетъ (такъ какъ $_{min}D = - {}_{max}D$):

$$_{min}D_1 = -5{,}1 \text{ тон. и } _{min}D_2 = -4{,}8 \text{ тоннъ.}$$

Въ остальныхъ діагоналяхъ грузы, лежащіе на боковомъ пролетѣ, вызываютъ растяженіе или сжатіе, смотря по тому, гдѣ находится нагрузка — правѣе или лѣвѣе разсматриваемой діагонали. Такъ какъ значеніе S_M для діагонали D_3 положительно, то $_{max}D_3$ получится, если въ каждомъ изъ узловъ 2 и 1 находится нагрузка $p\lambda$ и кромѣ того будетъ нагруженъ весь средній пролетъ. Грузы $p\lambda$ въ узлахъ 2 и 1 даютъ:

$$A_1 = A_1' + 2A_1' = 3A_1' \text{ (см. фиг. 407)}$$
$$\text{и } D_3 = 3S_A = 3 \cdot 0{,}08 = 0{,}24 \text{ тонны.}$$

Отсюда имѣемъ

$$_{max}D_3 = 0{,}24 + S_M = 0{,}24 + 3{,}35 = +3{,}6 \text{ тон.} = - {}_{min}D_3.$$

Въ D_3 и D_5 нагрузка средняго пролета вызываетъ сжатіе. Чтобъ получить $_{max}D_4$ нагружаютъ только узлы 1, 2, 3, а чтобъ получить $_{max}D_5$ нагружаютъ только узлы 1, 2, 3, 4. Въ первомъ случаѣ имѣемъ:

$$A_1 = A_1' (1 + 2 + 3) = 6A_1';$$
$$_{max}D_4 = 6 \cdot 0{,}47 = 2{,}8 \text{ тон.} = - {}_{min}D_4.$$

Во второмъ случаѣ найдемъ:

$$A_1 = A_1' (1 + 2 + 3 + 4) = 10A_1';$$
$$_{max}D_5 = 10 \cdot 0{,}920 = +9{,}2 \text{ тон.} = - {}_{min}D_5.$$

4. Вертикали. Каждый грузъ, находящійся на боковомъ пролетѣ вызываетъ въ вертикали V_1 растяженіе, такъ какъ точка пересѣченія O_2 и U_1 лежитъ правѣе A_1. Слѣдовательно, если нагрузить только средній пролетъ p тоннами на пог. метръ, то получимъ

$$_{min}V_{1p} = S_M;$$

если же нагрузка p будетъ только на боковомъ пролетѣ, то получимъ

$$_{max}V_{1p} = -S_M + V_p \text{ *)}.$$

Такъ какъ $V_g = g\lambda = 1{,}11$, то получимъ:

$$_{min}V_1 = S_M + g\lambda = -3{,}2 + 1{,}1 = -2{,}1 \text{ тон.};$$
$$_{max}V_1 = -S_M + p\lambda + g\lambda = +3{,}2 + 2{,}0 + 1{,}1 = +6{,}3 \text{ тон.}$$

*) $_{max}V_p + {}_{min}V_p$ равно напряженію V_p, происходящему при полной нагрузкѣ обоихъ пролетовъ.

Нагрузка узловъ 2, 3, 4 вызываетъ въ вертикали V_2 растяженіе, такъ какъ точка пересѣченія O_3 и U_2 лежитъ лѣвѣе A_1.

Чтобъ получить ${}_{min}V_{2p}$, надо, такъ какъ S_M отрицательно, расположить нагрузку p на всемъ среднемъ пролетѣ и кромѣ того въ узлѣ 1 помѣстить $p\lambda$. Послѣдняя нагрузка вызываетъ $A_1 = A_1'$, а такъ какъ

$$V_{2p} = S_A = -0{,}04, \text{ то получимъ}$$
$${}_{min}V_{2p} = S_M + S_A = -1{,}8 - 0{,}04 = -1{,}84 \text{ тон.}$$

Затѣмъ имѣемъ:

$${}_{min}V_2 = -1{,}84 + g\lambda = -1{,}84 + 1{,}11 = -0{,}7 \text{ тон.}$$
$${}_{max}V_2 = +1{,}84 + p\lambda + g\lambda = +1{,}84 + 2{,}0 + 1{,}11 = +5{,}0 \text{ тон.}$$

Въ вертикаляхъ V_3 и V_4 при нагрузкѣ средняго пролета происходятъ растяженія.

Найдемъ ${}_{min}V_{p3}$ и V_{p4}, нагрузивъ сначала по $p\lambda$ узлы 1, 2, а затѣмъ 1, 2 и 3. Въ первомъ случаѣ получаемъ:

$$A_1 = A_1'\ (1+2) = 3A_1';$$
$${}_{min}V_{p3} = 3S_A = -3 \cdot 0{,}20 = -0{,}60 \text{ тон.}$$
$${}_{min}V_3 = -0{,}60 + g\lambda = +0{,}5 \text{ тон.}$$
$${}_{max}V_3 = +0{,}60 + p\lambda + g\lambda = +3{,}7 \text{ тон.};$$

во второмъ случаѣ находимъ:

$$A_1 = A_1'\ (1+2+3) = 6A_1';\quad {}_{min}V_{p4} = 6S_A = -6 \cdot 0{,}35 = -2{,}10 \text{ тон.}$$
$${}_{min}V_4 = 2{,}10 + g\lambda = -1{,}0 \text{ тон.}$$
$${}_{max}V_4 = +2{,}10 + p\lambda + g\lambda = +5{,}2 \text{ тон.}$$

Полученныя напряженія вписаны въ фиг. 403. Найдемъ еще предѣльныя значенія сопротивленій опоръ B_1 и A_1 боковаго пролета. При полной нагрузкѣ боковаго пролета, $p = 0{,}665$ т. на пог. метръ, (средній пролетъ оставляемъ ненагруженнымъ), получимъ:

$${}_{max}B_{1p} = \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}665 \cdot 15 = 4{,}99 \text{ тон.}$$

Полная же нагрузка одного средняго пролета даетъ ${}_{min}B_{1p}$ — наибольшее отрицательное сопротивленіе (что опредѣлено раньше діаграммой на фиг. 406). Опредѣлимъ ${}_{min}B_{1p}$ уравненіемъ:

$${}_{min}B_{1p} + {}_{max}B_{1p} = p\,\frac{\lambda}{2} = 1{,}0 \text{ тон.}$$

Теперь найдемъ:

$${}_{min}B_{1p} = -4{,}99 + 1{,}00 = -3{,}99 \text{ тон.}$$

Постоянная нагрузка даетъ:

$$B_{1g} = \tfrac{1}{2}\,g\lambda = \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}11 = 0{,}56 \text{ тон.};$$

наконецъ получимъ:

$${}_{max}B_1 = 4{,}99 + 0{,}56 = +5{,}5 \text{ тон.}; \quad {}_{min}B_1 = -3{,}99 + 0{,}56 = -3{,}4 \text{ тон.}$$

Такъ какъ ${}_{min}B_1$ отрицательно, то при B_1 надо устроить отрицательную опору, т. е. укрѣпить ее съ быкомъ.

Въ опорѣ A_1 при полной нагрузкѣ боковаго пролета ($p = 0{,}665$ т.) получается сопротивленіе $A_{1p} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}665 \cdot 15 = 4{,}99$ тон.; полная же нагрузка средняго пролета даетъ $A_1 = 0$. Постоянная нагрузка $g = 0{,}37$ тон. даетъ

$$A_{1g} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}57 \cdot 15 = 2{,}77 \text{ тон.};$$

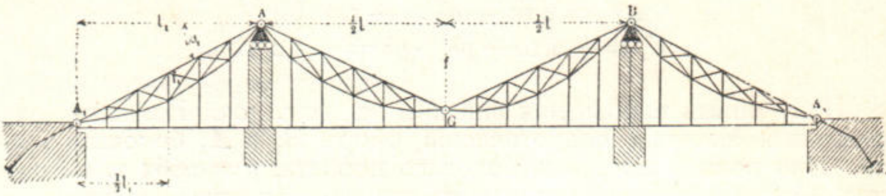
окончательно получимъ:

$$A_1 = 4{,}99 + 2{,}77 = +7{,}8 \text{ тоннъ.}$$

Сопротивленіе опоры A_1 всегда положительно.

b) Висячія фермы съ жесткой цѣпью и со среднимъ шарниромъ, фиг. 408 *).

202. Висячая ферма съ жесткой цѣпью (въ формѣ рыбовидныхъ фермъ) и со среднимъ шарниромъ, фиг. 408, имѣетъ опорные шарниры A и B на горизонтальной линіи; она можетъ быть изслѣдована тѣмъ же способомъ, какъ и раньше изслѣдованная ферма, представленная на фиг. 401. Средняя часть есть ничто иное, какъ перевернутая трехшарнирная арка, а боко-



Фиг. 408.

вые пролеты, при дѣйствіи проходящихъ по нимъ грузовъ, могутъ разсматриваться, какъ простыя балки, напряженныя кромѣ того, вслѣдствіе нагрузки средняго пролета, силами, приложенными въ точкахъ A_1 и A и направленными по линіи AA_1. Такъ какъ верхній поясъ прямой, то можно ввести нѣкоторыя упрощенія.

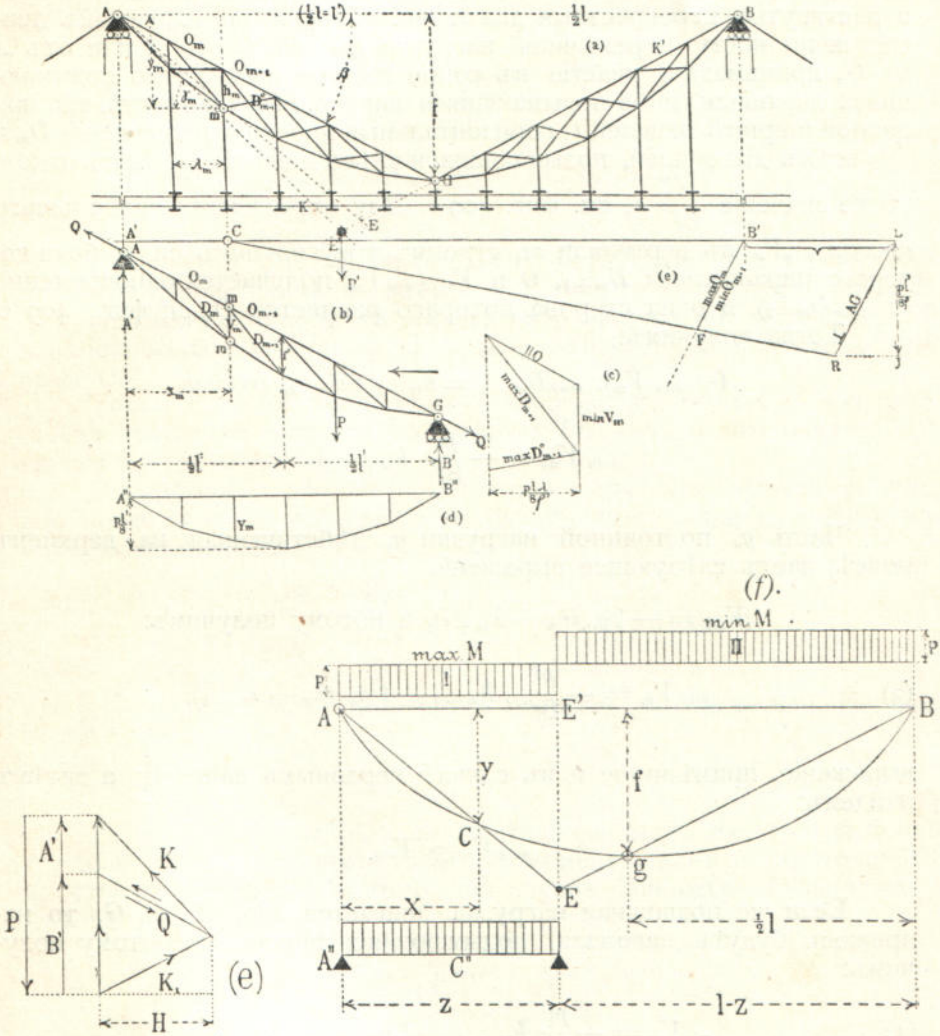
Сопротивленія въ точкахъ A и G можно разложить на силы A', B' и Q, фиг. 409 b, по способу, изложенному въ № 196.

Для этого проводимъ прямую k' черезъ точки BG до пересѣченія съ направленіемъ силы P' и соединяемъ точку E' съ A. Затѣмъ строимъ многоугольникъ силъ, фиг. 409 e, разлагая P' на два направленія k и k'; наконецъ проводимъ въ многоугольникѣ силъ прямую параллельную AG; получимъ величины A', B' и Q. Теперь

*) Подобное очертаніе имѣетъ висячій мостъ черезъ Monongahela около Pittsburgh'а; только въ немъ вмѣсто боковыхъ рыбовидныхъ фермъ проведены прямолинейныя удерживающія цѣпи.

опредѣлимъ напряженія частей U, D и V по способу Риттера, моментами, и увидимъ, что всѣ эти напряженія не зависятъ отъ Q, такъ какъ всѣ точки вращенія лежатъ на прямой AG. Слѣдовательно, при опредѣленіи напряженій U, D и V часть фермы AG можетъ быть разсматриваема, какъ простая балка.

Поэтому, если постоянная и перемѣнная нагрузка распредѣлены равномѣрно, а узлы нижняго пояса лежатъ на параболѣ съ вертикальной осью, то при принятыхъ на фиг. 409 a, b, обозначеніяхъ имѣемъ:



Фиг. 409 a, b, c, d, e, f *).

$$y_m = \frac{4fx_m(l - x_m)}{l^2} \text{ и } h_m = \frac{4f'x_m(l' - x_m)}{l'^2};\ f' = \tfrac{1}{4} f \ ^{**})$$

*) Фиг. 409, e и f добавлены переводчиками.

**) Если при $x = \frac{1}{2} l'$ нѣтъ вертикали, то f' означаетъ вертикальную ординату описанной параболы, см. также фиг. 277 (Выпускъ IV).

Затѣмъ получимъ:

(1) $$_{max}U_m = \frac{ql'^2}{8f' \cos \gamma_m} = \frac{ql^2}{8f \,.\, \cos \gamma_m} \text{*)}.$$

(2) $$_{max}D_m - \frac{pl'}{8f'} d_m, \text{**)}.$$

гдѣ d_m — длина діагонали. На фиг. 409 показаны въ каждой панели 2 растянутыя перекрестныя діагонали. Смотря по тому, какъ двигается по мосту перемѣнная нагрузка (p) отъ G къ A или отъ A къ G, принимаютъ участіе въ сопротивленіи либо влѣво подымающіяся діагонали, либо подымающіяся вправо. Надо замѣтить, что при равной ширинѣ панелей λ, горизонтальныя проекціи напряженій D_m и $D^0{}_m$ всѣхъ діагоналей, подымающихся влѣво и вправо, имѣютъ одно и то же значеніе $\frac{pl'}{8f'}\lambda$, см. фиг. 409 с. Для опредѣленія наибольшаго сжатія $_{min}V_m$ въ вертикали m, строимъ треугольникъ силъ, бока котораго параллельны D_{m+1}, O и V_m ($_{min}V_m$ получается одновременно съ $_{max}D_{m+1}$), и одна сторона котораго равняется D_{m+1}; фиг. 409 с.

Тогда получимъ:

$$(-\,_{min}V_m) : \,_{max}D_{m+1} = h_{m+1} : d_{m+1}, \text{ откуда}$$

$$_{min}V_{mp} = -\frac{pl'}{8f'} h_{m+1}.$$

Часть g_o постоянной нагрузки g, дѣйствующая на верхнемъ поясѣ, даетъ слѣдующее выраженіе

$$V_{mg} = -\tfrac{1}{2} g_o (\lambda_m + \lambda_{m+1}), \text{ а потому получимъ:}$$

(3) $$_{min}V_m = -\frac{pl'}{8f'} \,.\, h_{m+1} - \tfrac{1}{2} g_o \; (\lambda_m + \lambda_{m+1}),$$

выраженіе, примѣнимое и въ случаѣ неравныхъ панелей; а затѣмъ найдемъ:

$$_{max}V_m = V_{mg}.$$

Если же подвижная нагрузка двигается отъ A къ G, то напряжены будутъ діагонали, подымающіяся вправо, а потому получимъ:

(4) $$_{min}V_m = -\frac{pl'}{8f'} h_{m-1} - \tfrac{1}{2} g_o \; (\lambda_m + \lambda_{m+1}).$$

Изъ двухъ значеній (3) и (4) надо выбрать большее. Итакъ для вертикалей лѣвѣе f' имѣетъ значеніе уравненіе (3), а для другихъ—

---

*) Для нижняго пояса $\frac{_{min}U}{_{max}U} = \frac{g}{q}$; см. § 39 (Выпускъ IV).

**) Выраженія (1) и (2) получаются по способу Риттера.

уравненіе (4). Если начертимъ многоугольникъ *), вершины котораго лежатъ на параболѣ со стрѣлкой $\frac{pl'}{8}$ (фиг. 409 d), а узловыя точки отвѣчаютъ узловымъ точкамъ фермы AG, то ордината Y_m этого многоугольника будетъ равняться $=\frac{pl'}{8f'}h_m$, и, слѣдовательно, для вертикали, лежащей лѣвѣе l', будемъ имѣть выраженіе:

$$ {}_{min}V_m = -Y_{m+1} - \frac{1}{2}g_o(\lambda_m + \lambda_{m+1}), \tag{5}$$

а для діагонали, лежащей правѣе f',

$$ {}_{min}V_m = -Y_{m-1} - \frac{1}{2}g_o(\lambda_m + \lambda_{m+1}). \tag{6}$$

Уравненія (1) до (6) можно примѣнить также и для боковыхъ пролетовъ, подставивъ въ нихъ l_1 и f_1 вмѣсто l' и f', фиг. 408 **).

Перейдемъ теперь къ опредѣленію напряженій O въ случаѣ параболическаго нижняго пояса и, раньше всего, разсмотримъ средній пролетъ.

Точка E, въ которой прямая, проходящая черезъ A и черезъ нижній узелъ m, встрѣчаетъ прямую BG, есть точка раздѣла нагрузки для момента M_m.

Опредѣлимъ ${}_{min}M_m$ ***). Для этого обратимся сначала къ фиг. 409 f. Когда точка E раздѣла нагрузки опредѣлена, то получаемъ слѣдующія отношенія:

$$\frac{z}{x} = \frac{\overline{EE'}}{y};\quad \frac{\overline{EE'}}{l-z} = \frac{2f}{l},$$ а отсюда слѣдуетъ:

$z = \frac{l^2}{3l - 2x}$, замѣнивъ, конечно, y равнымъ ему выраженіемъ: $y = \frac{4fx\,(l-x)}{l^2}$.

Если нагружена только положительная часть AE, то для точки C параболы мы получимъ такой же моментъ, какъ и для точки C'' простой балки $A''E''$; поэтому для случая равномѣрной нагрузки p имѣемъ:

$$ {}_{max}M = \frac{px\,(z-x)}{2} = \frac{px\,(l^2 - 3lx + 2x^2)}{2\,(3l - 2x)} = -{}_{min}M.$$

---

*) Многоугольникъ на фиг. 409 d можно разсматривать какъ веревочный многоугольникъ, который начерченъ для узловыхъ грузовъ равномѣрно нагруженной балки $A''B''$ при полюсномъ разстояніи l'.

**) f_1 — есть высота рыбовидной фермы при $x = \frac{1}{2}l_1$. Если въ этомъ мѣстѣ нѣтъ узла, то высота f_1 берется до описанной параболы.

***) Принимаемъ во вниманіе уравн. (9), см. № 114 (Выпускъ II).

Теперь перейдемъ къ фиг. 409 a, b, c и на основанiи этого уравненiя напишемъ, что подвижная нагрузка отъ B до E дастъ:

(7) $${}_{min}M_m = -\frac{px_m\,(l^2 - 3lx_m + 2x_m^{\,2})}{2\,(3l - 2x_m)}.$$

Такъ какъ теперь напряжены дiагонали, подымающiяся влѣво, то получимъ:

$${}_{max}O_m = -\frac{M_m}{h_m}\cdot\frac{1}{\cos\beta} = +\frac{px_m\;(l^2 - 3lx_m + 2x_m^2)}{2\;(3l - 2x_m)\;h_m}\cdot\frac{1}{\cos\beta}.$$

Если въ этомъ выраженiи замѣнить

$$h_m = \frac{4f'x_m\;(l' - x_m)}{l'^2} = \frac{2fx_m\;(l - 2x_m)}{l^2},$$

то получимъ:

(8) $${}_{max}O_m = \frac{pl^2}{8f}\cdot\frac{1}{\cos\beta}\cdot\frac{l - x_m}{1{,}5\,l - x_m}.$$

Теперь легко построить ${}_{max}O_m$. Откладываемъ по горизонтальной прямой $A'B'$ отрѣзокъ $B'L = \frac{1}{2}l$ *), по вертикали B отрѣзокъ $LJ = \frac{pl^2}{8f}$, проводимъ $JR \parallel A'B'$ и $LR \perp AG$ и сразу получаемъ $LR = \frac{pl^2}{8f}\cdot\frac{1}{\cos\beta}$. Если теперь точку C, находящуюся подъ точкой m, соединить съ R прямой CR, то эта прямая отрѣжетъ на линiи, проведенной изъ B' параллельно LR, отрѣзокъ $\overline{B'F} = \overline{LR}\,.\,\frac{l - x_m}{1{,}5\,l - x_m} = {}_{max}O_m$.

Если временная нагрузка p находится на положительномъ участкѣ AE, то получаемъ ${}_{max}M_m$, который отличается отъ опредѣленнаго уравненiемъ (7) ${}_{min}M_m$ только знакомъ, потому что полная нагрузка средняго пролета даетъ $M_m = O$. Въ этомъ случаѣ напряжены дiагонали, подымающiяся вправо, а потому имѣемъ:

$${}_{min}O_{m+1} = -\frac{M_m}{h_m}\cdot\frac{1}{\cos\beta} = -{}_{max}O_m.$$

Въ первой панели (а также и въ сосѣдней съ точкой G) имѣемъ ${}_{min}O_1 = -{}_{max}O_1$.

При отыскиванiи напряженiя O для боковаго пролета будемъ помнить, что полная нагрузка одного бокового пролета вызываетъ въ верхнемъ поясѣ наибольшее сжатiе, тогда какъ полная нагрузка средняго пролета вызываетъ наибольшiя растяженiя.

---

*) На фиг. 409 начерчено $B'L$ меньше $^1/_2 l$, за недостаткомъ мѣста.

Въ первомъ случаѣ получимъ въ каждомъ стержнѣ пояса A_1A, фиг. 408:

(9) $${}_{min}O_p = -\frac{pl_1^2}{8f_1}\cdot\frac{1}{\cos\beta_1} \text{ (по § 39, Выпускъ IV)},$$

а во второмъ случаѣ:

(10) $${}_{max}O_p = +\frac{pl^2}{8f}\cdot\frac{1}{\cos\beta_1}\left(\text{Потому что } H_p = \frac{pl^2}{8f}\right).$$

Постоянная нагрузка вызываетъ напряженія

(11) $$O_g = \frac{g}{8\cos\beta_1}\left(\frac{l^2}{f} - \frac{l_1^2}{f_1}\right).$$

Если взято $f_1 = f\cdot\frac{l_1^2}{l^2}$ (напр., если $l_1 = l' = \frac{1}{2}\,l$, и $f_1 = \frac{1}{4}\,f = f'$), то получимъ:

$$O_g = 0 \text{ и}$$

(12) $${}_{max}O = \frac{pl^2}{8f}\cdot\frac{1}{\cos\beta_1} = -{}_{min}O\ ^{*}).$$

---

§ 51.

Цѣпь, усиленная балкой.

a) Однопролетный висячій мостъ съ жесткой шарнирной балкой **).

203. Введеніе. Цѣпь, состоящая изъ прямыхъ стержней соединенныхъ шарнирами, въ узлахъ которой приложены силы Z_1, Z_2, Z_3, ... , принимаетъ форму веревочнаго многоугольника, построеннаго для этихъ силъ. Если величина и положеніе всѣхъ силъ Z даны, то для построенія веревочнаго многоугольника необходимо еще задать три точки его (обыкновенно задаются двѣ опорныя точки R и T и одна точка W вблизи вершины, фиг. 411), потому что черезъ три точки можно провести только одинъ веревочный многоугольникъ ***).

---

*) Условіе $f_1 : f = l_1^2 : l^2$ должно быть удовлетворено также и для верхнихъ, описанныхъ по параболѣ, поясовъ висячей фермы, фиг. 403, если, въ случаѣ неравенства частей I и II, всѣ напряженія U и D, при полной нагрузкѣ, должны быть равны нулю.

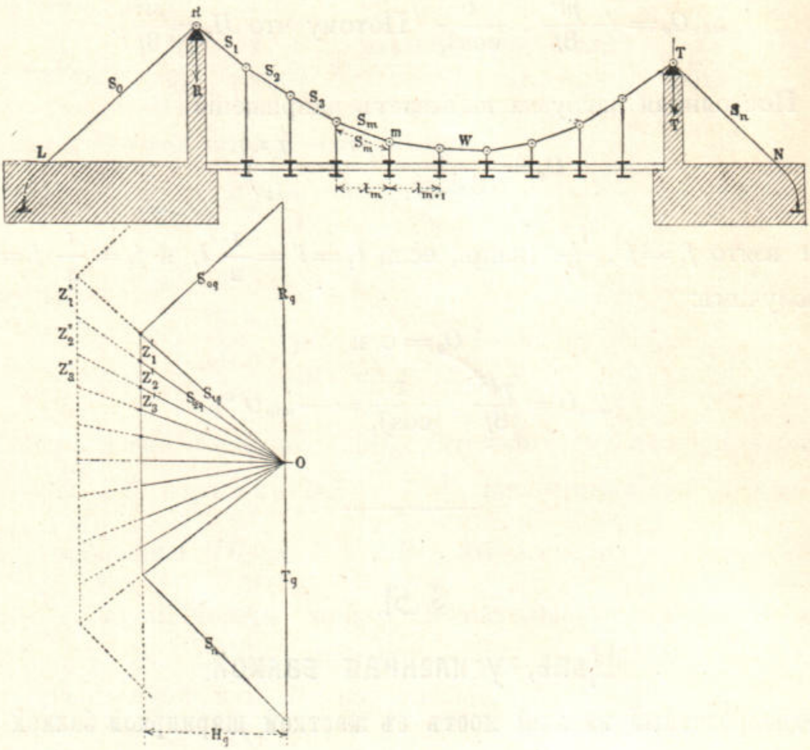
**) Подробныя изслѣдованія однопролетнаго висячаго моста съ жесткой балкой, расчлененной по серединѣ см. *Г. Г. Кривошеинъ* и *А. А. Саткевичъ*. „Висячій мостъ со среднимъ шарниромъ, статически опредѣлимая система". Отдѣльный оттискъ Инженернаго журнала за 1895 г. № 1—4. СПБ.

Примѣчаніе переводчиковъ.

***) Задача о проведеніи веревочнаго многоугольника для данныхъ силъ черезъ 3 точки рѣшена въ № 98 (Выпускъ II); см. также № 129 (Выпускъ III).

Съ перемѣной нагрузки мѣняется вообще и форма цѣпи.

Изслѣдуемъ цѣпной мостъ, изображенный на фиг. 410. RWT есть главная цѣпь, RL и TN — удерживающія цѣпи; на вершинахъ башенъ R и T помѣщены горизонтальные катки съ цѣлью, чтобъ нагрузка на башняхъ была вертикальна. (Фиг. 411). Вертикальные стержни несутъ поперечныя фермы, между которыми расположены продольныя фермы, а сверху полотно.



Фиг. 410.

Положимъ, что подвижной нагрузки нѣтъ. Тогда напряженіе въ m-омъ подвѣсномъ стержнѣ будетъ:

$$Z_{mg} = \tfrac{1}{2}\, g_f (\lambda_m + \lambda_{m+1}) + G_{mh},$$

гдѣ g_f — вѣсъ единицы длины полотна (вмѣстѣ съ продольными и поперечными фермами), а G_{mh} — вѣсъ m-аго подвѣснаго стержня; въ узлѣ же m цѣпи будетъ нагрузка

$$Z'_m = Z_{mg} + G_{mk},$$

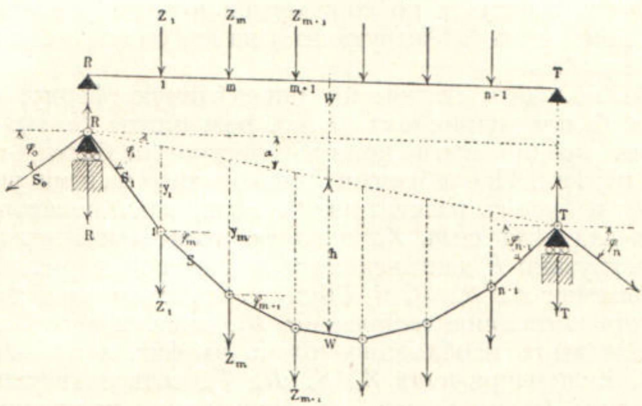
если буквой G_{mk} названъ вѣсъ половинъ стержней цѣпи s_m и s_{m+1}. Вѣса G_{mh} и G_{mk} зависятъ отъ неизвѣстной пока формы цѣпи; чтобъ опредѣлить эту форму быстро и точно, предполагаютъ сначала, что вся постоянная нагрузка распредѣлена равномѣрно по горизонтальной проекціи моста, и тогда, при помощи полученной цѣпной линіи, узлы которой лежатъ на параболѣ, расчитываютъ вѣсъ G_{mh} и G_{mk}. Какъ велика должна быть при этомъ постоянная нагрузка, совершенно безразлично, потому что парабола, проходящая черезъ три данныя точки, останется безъ измѣненія.

Если же теперь вычертить настоящую цѣпную линію, то она будетъ такъ мало отличаться отъ параболы, что новаго расчета величинъ G_{mh} и G_{mk} не потребуется.

Одновременно съ формой цѣпи находимъ и напряженія въ ея звеньяхъ и въ удерживающихъ цѣпяхъ, которыя обозначимъ

$$S_{0g},\ S_{1g},\ S_{2g}\ \ldots\ldots\ S_{(n-1)g},\ S_{ng}$$

(фиг. 410 b), затѣмъ давленія на башняхъ обозначимъ R_g и T_g и горизонтальное напряженіе H_g.



Фиг. 411.

Ординаты y_1, y_2, y_3. . . ., взятыя отъ замыкающей линіи RT цѣпной линіи, находящейся подъ дѣйствіемъ вертикальныхъ силъ Z_1, Z_2, Z_3. . . . и проходящей черезъ точки R, W, T (фиг. 411), можно опредѣлить слѣдующимъ расчетомъ. Опредѣляемъ изгибающіе моменты M_1, M_2, M_3,. . . . для поперечныхъ сѣченій простой балки T—1, 2, 3,. . . ., соотвѣтствующихъ узламъ цѣпи, а также моментъ M_w для сѣченія балки W, соотвѣтствующаго точкѣ W цѣпи, принимая для балки тѣже самые грузы Z_1, Z_2, Z_3. . . . что и для цѣпи. Тогда изъ уравненія

$$M_w = Hh, \text{ гдѣ } h \text{ есть}$$

ордината точки W, опредѣляемъ горизонтальное напряженіе H, а изъ уравненій $M_1 = Hy_1$, $M_2 = Hy_2$, ... опредѣлимъ ординаты y_1, y_2 . . .

Напряженія S_0, S_1, S_2 . . . . S_n опредѣлятся по формулѣ

(1) $$S_m = \frac{H}{\cos\varphi_m}, \text{ гдѣ } \varphi_m$$

означаетъ уголъ между стержнемъ цѣпи и горизонтальной линіей; для давленія на башняхъ находимъ:

(2) $$R = H\,(tg\varphi_0 + tg\varphi_1);\ T = H\,(tg\varphi_{n-1} + tg\varphi_n)\ ^{*})$$.

Если форма цѣпи и горизонтальное напряженіе H даны, то получимъ:

(3) $$Z_m = H\,(tg\varphi_m - tg\varphi_{m+1}).$$

---

*) φ_{n-1} = острый уголъ между стержнемъ и горизонтальной линіей

Если грузы Z'_m (фиг. 410 b) замѣнить грузами Z''_m, но такъ чтобы между ними оставалось отношеніе:

$$Z''_1 : Z''_2 : Z''_3 : \ldots\ldots = Z'_1 : Z'_2 : Z'_3 \ldots\ldots,$$

то форма цѣпи не измѣнится, перемѣнятся только величина горизонтальнаго напряженія и силы S, R и T; отсюда слѣдуетъ, что равномѣрно распредѣленная по всему пролету подвижная нагрузка производитъ лишь незначительныя перемѣщенія узловъ цѣпи. Если же на мосту будетъ находиться односторонняя нагрузка, то произойдутъ недопустимыя деформаціи, которыя будутъ тѣмъ больше, чѣмъ меньше постоянная нагрузка въ сравненіи съ подвижной. Чтобъ предупредить волнистыя колебанія полотна, можно сдѣлать цѣпь жесткой, расположивъ, напримѣръ, жесткую балку AB (вѣсъ ея включенъ въ значеніе g_f), причемъ одна опора A неподвижная, другая B можетъ двигаться по горизонтальному направленію, фиг. 412. Опредѣленіемъ силъ, дѣйствующихъ на эту балку, займемся въ слѣдующихъ главахъ.

Чтобъ получить статически опредѣлимую ферму, необходимо расчленить балку шарниромъ G (ср. результаты № 150 — Выпускъ III). Будемъ предполагать полную жесткость балки, подвѣсныхъ стержней и цѣпи. Пренебрежемъ безконечно малыми упругими деформаціями и будемъ разсматривать цѣпь, какъ веревочный многоугольникъ для тѣхъ силъ Z_p, которыя вызываются въ подвѣсныхъ стержняхъ грузами P, двигающимися по жесткой фермѣ.

Напряженія Z_p, S_p, R_p и T будутъ извѣстны, если только опредѣлится горизонтальное напряженіе H_p, зависящее отъ подвижныхъ грузовъ; для этого необходимо только въ фиг. 410 b — H_g замѣнить черезъ H_p. Если напряженія Z_p, S_p, R_p, T_p, сотвѣтствующія наибольшему значенію H_p, прибавить къ значеніямъ, полученнымъ до существованія жесткой балки, то получимъ наибольшія напряженія для подвѣсныхъ стержней, для цѣпи и для башенъ. (Онѣ получаются, если въ фиг. 410 H_g замѣнить черезъ $H_g + H_p$). Перейдемъ теперь къ опредѣленію H_p и напряженій жесткой балки, причемъ при расчетѣ этихъ напряженій необходимо принимать, что узлы цѣпи лежатъ на параболѣ съ вертикальной осью, соотвѣтствующей постоянной равномѣрно распредѣленной нагрузкѣ g. Точное опредѣленіе формы цѣпи имѣетъ значеніе главнымъ образомъ при установкѣ моста, когда принимаютъ во вниманіе удлиненіе упругой цѣпи (см. Томъ II—Выпускъ IX).

204. Общее изслѣдованіе жесткой балки.

Обозначимъ:

M_p — моментъ для какого нибудь сѣченія C балки AB, подвѣшенной къ цѣпи,

M_{op} — изгибающій моментъ, вызываемый грузами P, для поперечнаго сѣченія C простой балки AB, подпертой только въ точкахъ A и B (но не подвѣшенной къ цѣпи),

y — вертикальная ордината точки цѣпи C', соотвѣтствующей сѣченію C, взятая до прямой, соединяющей точки A' и B' въ которыхъ вертикали A и B пересѣкаютъ цѣпь, фиг. 412.

Теперь напишемъ:

(4) $$M_p = M_{op} - H_p y.$$

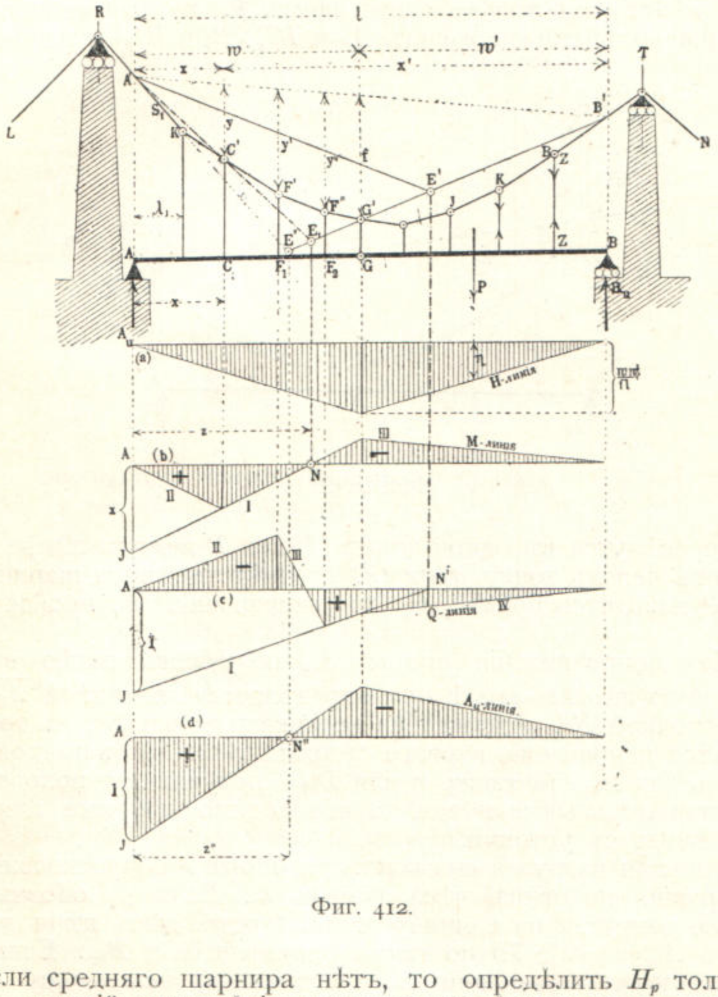
Второй членъ этого уравненія выражаетъ вліяніе силъ Z_p; его можно получить, принимая площадь между замыкающей линіей $A'B'$ и цѣпью $A'G'B'$ за площадь моментовъ (Кульмана), соотвѣтствующую силамъ Z_p (по № 64—Выпускъ II).

Для средняго шарнира G получаемъ:

$$M_G = M_{0G} - H_p f;$$

но такъ какъ M_G должно равняться нулю, то

(5) $$H_p = \frac{M_{0G}}{f}.$$



Фиг. 412.

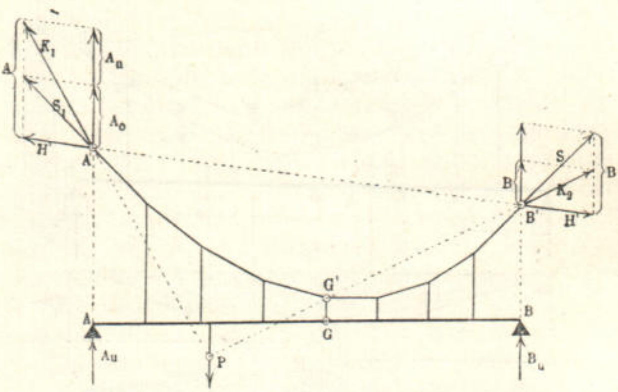
Если средняго шарнира нѣтъ, то опредѣлить H_p только при помощи условій равновѣсія невозможно; ферма тогда статически неопредѣлима. Уравненія (1) и (2) были выведены раньше для трехшарнирной арки, а потому всѣ способы опредѣленія M и H (см. § 24—Выпускъ II) для трехшарнирной арки, примѣняются и къ настоящему случаю.

1) Линія вліянія для H_p есть треугольникъ, вершина котораго соотвѣтствуетъ среднему шарниру, а высота равняется $\frac{w \cdot w'}{lf}$, (см. фиг. 412 *a*). Сосредоточенный грузъ P даетъ: $H_p = P\eta$.

2) Если разложить напряженія S_{1p} и S_{np} крайнихъ стержней цѣпи въ точкахъ A' и B' на вертикальныя силы A_{op} и B_{op} и на силы H'_p, равныя и прямо противоположно направленныя по замыкающей линіи, (фиг. 413) *), затѣмъ сложить A_{op} и B_{op} съ сопротивленіями опоръ балки A_{up} и B_{up}:

$$A_p = A_{op} + A_{up} \text{ и } B_p = B_{op} + B_{up},$$

то величины A_p и B_p получатъ тѣ же самыя значенія, какъ и сопротивленія опоръ простой, не подвѣшенной къ цѣпи балки. Если на ферму дѣйствуетъ только одинъ грузъ P, то направленія силъ K_1 и K_2 (равнодѣйствующія силъ A_p и H'_p, B_p и H'_p) и направленіе



Фиг. 413.

силы P пересѣкутся въ одной точкѣ. Если P лежитъ лѣвѣе G, то K_2 пройдетъ черезъ точку цѣпи G', соотвѣтствующую шарниру G; если же P находится правѣе G, то направленіе K_1 пройдетъ черезъ G'.

3) Для сопротивленія опоры A_{up} получаемъ линію вліянія, изображенную на фиг. 412 d; она опредѣляется величиной $\overline{AJ} = 1$ и нулевой точкой N'', лежащей на вертикали точки E'', въ которой пересѣкается направленіе перваго стержня цѣпи (S_1) съ прямой $B'G'$. Такъ какъ для A_{up}, (а также и для B_{up}) получаются положительныя и отрицательныя значенія, то необходимо опорные шарниры балки укрѣпить съ устоями.

Постоянная нагрузка вызываетъ въ опорѣ A сопротивленіе A_{ug}, которое равно половинѣ вѣса панели λ_1. Если g_1 обозначаетъ постоянную нагрузку на единицу длины (кромѣ вѣса цѣпи и подвѣсокъ) то $A_{ug} = \frac{1}{2} g' \lambda_1$. Точно также опредѣлится и B_{ug}. Если подвижная нагрузка равномѣрно распредѣлена (p на единицу длины балки AB), то при полной нагрузкѣ получимъ: $A_{up} = \frac{1}{2} p\lambda_1$ и затѣмъ:

$$_{max}A_{up} + {}_{min}A_{up} = + \tfrac{1}{2} p\lambda_1.$$

*) На этой фигурѣ пропущены значки .

4) Линія вліянія для момента M_p, взятаго для сѣченія балки C, состоитъ изъ прямыхъ I, II, III (фиг. 412 b) и опредѣляется величиной $\overline{AJ} = x$ и положеніемъ нулевой точки N, лежащей на вертикали, которая проходитъ черезъ точку E пересѣченія прямыхъ $A'C'$ и $B'G'$. *Постоянная нагрузка даетъ* $M_o = 0$. Опредѣлимъ теперь сумму силъ (перерѣзывающую силу) Q_p для панели $F_1F_2 = \lambda$, на основаніи выводовъ § 24.

$$Q_p = \frac{M_{2p} - M_{1p}}{\lambda} \text{ *)}, \tag{6}$$

гдѣ M_{2p} и M_{1p} означаютъ моменты для сѣченій F_2 и F_1.

Кромѣ того можно написать:

$$M_{2p} = M_{2\cdot o} - Hy''$$
$$\text{и } M_{1p} = M_{1\cdot o} - Hy';$$

подставляя эти величины въ уравненіе для Q_p, получимъ:

$$Q_p = \frac{M_{2\cdot 0} - M_{1\cdot 0}}{\lambda} - H_p\frac{y'' - y'}{\lambda} \text{ (см. фиг. 412);}$$

но $\frac{M_{2\cdot 0} - M_{1\cdot 0}}{\lambda} = Q_o =$ суммѣ силъ въ панели F_1F_2 для простой

балки, не подвѣшенной къ цѣпи, поэтому получимъ:

$$Q_p = Q_o - H_p\frac{y'' - y'}{\lambda}.$$

Если обозначить уголъ наклоненія прямыхъ $F'F''$ и $A'B'$ къ горизонту — φ и α (фиг. 411), получимъ

$$\frac{y'' - y'}{\lambda} = tg\varphi - tg\alpha = \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\cos\varphi\cos\alpha},$$

$$H_p = H'_p \cos\alpha \text{ и затѣмъ}$$

$$Q_p = Q_o - \frac{H'_p \sin(\varphi - \alpha)}{\cos\varphi} = \frac{1}{\cos\varphi}\Big[Q_o\cos\varphi - H'_p\sin(\varphi - \alpha)\Big]. \tag{8}$$

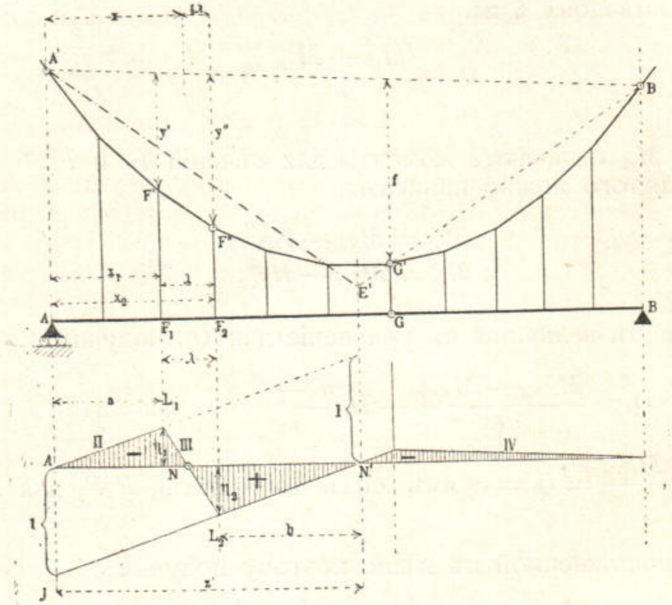
Величина въ скобкахъ представляетъ сумму силъ для панели $F'F''$ жесткой арки $A'G'B'$ (см. уравн. 5 въ № 102 — Выпускъ II); обозначимъ ее черезъ $\overline{Q}$, тогда получимъ:

$$Q = \overline{Q}\cdot\frac{1}{\cos\varphi}, \tag{9}$$

а отсюда, пользуясь результатами, выведенными въ № 110 (Выпускъ II), переходимъ къ построенію на фиг. 412 c и 414 линіи вліянія для Q; эта линія вліянія опредѣлится отрѣзкомъ $\overline{AJ} = 1$ и по-

*) См. № 102 (Выпускъ II).

ложеніемъ нулевой точки N' прямой I. N' лежитъ на вертикали точки E', въ которой пересѣкаются прямая $B'G'$ и прямая, проведенная черезъ точку A' параллельно стержню цѣпи $F'F''$. Если E' лежитъ лѣвѣе G, то точка E' будетъ точкой раздѣла нагрузки, фиг. 414.



Фиг. 414.

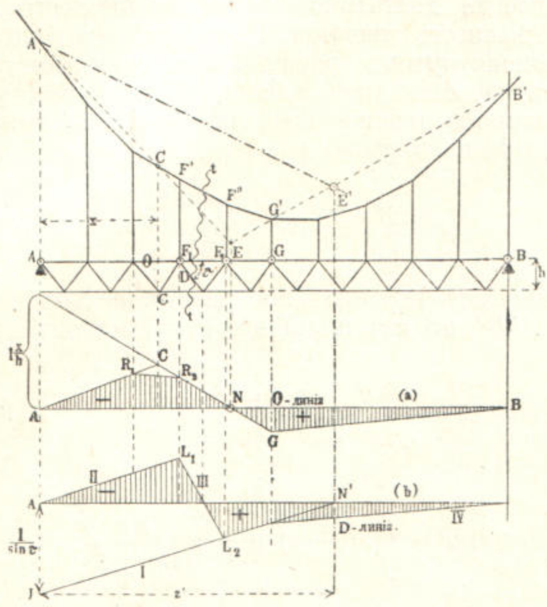
Съ помощью построенныхъ линій вліянія уже легко опредѣлить наибольшія и наименьшія значенія M_p, Q_p, A_{up}, B_{up} и H_p на основаніи общихъ изслѣдованій линій вліянія (см. § 15 — Выпускъ II).

205. Цѣпь съ рѣшетчатой жесткой балкой. Линіи вліянія, построенныя на фиг. 412 для H_p и A_{up}, можно примѣнить также и къ балкѣ, состоящей изъ двухъ рѣшетчатыхъ частей. Линіи же вліянія для напряженій въ поясахъ получаются изъ линій вліяній для моментовъ. Такъ напр., заштрихованная площадь, на фиг. 415 a, представляетъ площадь вліянія для напряженія O въ стержнѣ верхняго пояса, лежащаго противъ узла C; она опредѣлится нулевой точкой N и отрѣзкомъ $\overline{AJ} = 1 \cdot \dfrac{x}{h}$ (вмѣсто отрѣзка $\overline{AJ} = x$ на фиг. 412 b); h—означаетъ разстояніе стержня до точки вращенія C. Прямая $A'E$, служащая для опредѣленія точки раздѣла нагрузки, проходитъ черезъ точку C' цѣпи, соотвѣтствующую точкѣ C. Нагрузка предполагалась дѣйствующей въ узлахъ верхняго пояса балки.

Описанный способъ годится для балокъ **любой формы**. Заштрихованная площадь на фиг. 415 b представляетъ площадь вліянія для напряженія D_p въ діагонали, подымающейся влѣво, для балки съ *горизонтальными* поясами. Эту линію вліянія получаемъ на основаніи уравненія $D_p \sin\tau = Q_p$ *), гдѣ τ — уголъ наклоненія діагонали къ горизонту;

*) Для діагонали, подымающейся вправо, будетъ $D_p \sin\varphi = - Q_p$.

теперь воспользуемся изслѣдованіями предыдущаго № 204 относительно Q_p. Сначала проводимъ прямую I съ помощью нулевой точки N' и ординаты $\overline{AJ} = \frac{1}{\sin \tau}$ (которая здѣсь откладывается вмѣсто ординаты $\overline{AJ} = 1$ на фиг. 414); причемъ нужно наблюдать, чтобъ прямая $A'E'$ была параллельна тому участку цѣпи $F'F''$, черезъ



Фиг. 415.

который проходитъ сѣченіе tt (пересѣкающее кромѣ того діагональ D и два пояса, въ общемъ 4 стержня). Затѣмъ проводимъ II || I и наконецъ III и IV. Для фиг. 415 b нагрузка предполагалась на верхнемъ поясѣ.

Вліяніе постоянной нагрузки на напряженія O, U, D равно нулю. **При произвольной формѣ поясовъ** *напряженія въ промежуточныхъ поясахъ можно опредѣлить на основаніи законовъ построенія линій вліянія для трехшарнирныхъ рѣшетчатыхъ арокъ.* Мы совѣтуемъ читателю построить эти линіи вліянія помощью напряженій S', S'', S_G, S'''.

Легко также опредѣлить линіи вліянія и для случая жесткой балки съ воображаемымъ среднимъ шарниромъ; это представляетъ поучительный примѣръ для самостоятельнаго построенія линій вліянія. Если линіи вліянія для O и для U (напряженія въ поясахъ) построены, то для опредѣленія линій вліянія для промежуточныхъ стержней можно воспользоваться способомъ, описаннымъ въ № 170 (Выпускъ IV).

206. Моменты и суммы силъ при равномѣрно распредѣленной нагрузкѣ. При равномѣрно распредѣленной по длинѣ балки AB постоянной нагрузкѣ (g) принимаютъ всегда, что узловыя точки цѣпи лежатъ на параболѣ съ вертикальной осью, какъ это было указано въ концѣ № 205. Если подвижная нагрузка (v) также равномѣрно распредѣлена по пролету, то при полной нагрузкѣ пролета въ частяхъ рѣшетчатой балки нѣтъ никакихъ напряженій, а поэтому слѣдуетъ, что

$$_{min}M_p = - {}_{max}M_p\,;\ {}_{min}Q_v = - {}_{max}Q_p.$$

Поэтому всегда достаточно будетъ опредѣлить только одно изъ двухъ предѣльныхъ значеній. Можно также очень быстро опредѣлить эти значенія путемъ расчета, примѣняя формулы, которыя получаются изъ изученія линій вліянія. Такъ напр., умноживъ положительную площадь вліянія на p (фиг. 412 b), можно найти моментъ $_{max}M_p$ для даннаго узла:

$$_{max}M = + p.\frac{x\ (z-x)}{2}\ ^{*)}. \tag{10}$$

Если c означаетъ вертикальное разстояніе точки E отъ замыкающей линіи $A'B'$, то изъ подобія треугольниковъ получимъ:

$$c = y\frac{z}{x}\ \text{и}\ c = f\frac{l-z}{w'},$$

а отсюда

$$yzw' = fx\ (l-z)\ \text{и}\ z = \frac{flx}{yw' + fx}.$$

Если замѣнить y значеніемъ, выведеннымъ изъ уравненія параболы

$$y = f\frac{xx'}{ww'},\ \text{то найдемъ} \tag{11}$$

$$z = \frac{wl}{w + x'},\ \text{и, подставляя} \tag{12}$$

въ выраженіе (10), получимъ окончательно:

$$_{max}M = \frac{pxx'\ (w-x)}{2\ (w+x')} = - {}_{min}M\ ^{**)}\ (\text{такъ какъ}\ M_g = 0). \tag{13}$$

Достаточно опредѣлить моменты только для узловыхъ точекъ балки. Когда они найдены, величины ихъ откладываютъ, какъ ординаты, въ узловыхъ точкахъ и концы ординатъ соединяютъ прямыми (это было сдѣлано при изслѣдованіи простой балки — на фиг. 112, листъ черт. I). Ординаты этихъ прямыхъ дадутъ довольно точно наибольшіе моменты для сѣченій между узловыми точками.

---

*) Онъ равняется моменту для сѣченія x простой балки длиной z. См. также изслѣдованія № 107 (Выпускъ II).

**) При $w = {}^1\!/_2 l$ получимъ ур. 9 въ № 114 (Выпускъ II).

***) Выпускъ II.

Чтобъ получить простое выраженіе для суммы силъ Q_p въ какой нибудь панели F_1F_2, разсмотримъ фиг. 414. Изъ подобія треугольниковъ имѣемъ:

$$\overline{AN} : \overline{NN'} = a : b.$$

Но такъ какъ $\overline{AN} + \overline{NN'} = z'$ и $a + b = z' - \lambda$, то получимъ:

$$\overline{AN} = a \frac{z'}{z' - \lambda}; \quad \overline{NN'} = b \frac{z'}{z' - \lambda}.$$

Площади треугольниковъ NL_2N' и AL_1N равны соотвѣтственно:

$$\mathfrak{F}_2 = \frac{1}{2} \eta_2 \overline{NN'} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{b}{z'} \cdot \overline{NN'} = \frac{1}{2} \frac{b^2}{z' - \lambda}$$

$$\text{и } \mathfrak{F}_1 = \frac{1}{2} \frac{a^2}{z' - \lambda} \text{ *)}.$$

Если точка E' лежитъ лѣвѣе средняго шарнира, то положительная часть площади вліянія будетъ состоять только изъ треугольника NL_2N' и тогда получимъ: (такъ какъ $Q_g = 0$).

(14) $$_{max}Q = + \frac{pl^2}{2(z' - \lambda)} = - _{min}Q.$$

Если E' находится правѣе C (фиг. 412 c), то отрицательная часть площади вліянія состоитъ только изъ одного треугольника, именно треугольника A_1LN (фиг. 414), и тогда найдемъ:

(15) $$_{min}Q = - \frac{pa^2}{2(z' - \lambda)} = - _{max}Q.$$

Выраженія (14) и (15) имѣютъ значеніе также и при неравныхъ панеляхъ.

Для z' находимъ легко выраженіе:

(16) $$z' = \frac{lw}{l - 2x + w},$$

гдѣ x есть разстояніе середины стержня цѣпи $F'F''$ до вертикали точки A, фиг. 414 **).

---

*) Площадь вліянія, лежащая лѣвѣе N', согласуется съ площадью вліянія для суммы силъ Q простой балки длиной z'; ср. фиг. 103 (Выпускъ II).

**) Выраженіе (16) получается изъ уравненія $(y'' - y') \frac{z'}{\lambda} = f \frac{l - z'}{w'}$ подстановкой въ уравненіе параболы:

$$y'' - y' = \frac{f}{ww'} \left[x_2 (l - x_2) - x_1 (l - x_1) \right] = \frac{f(x_2 - x_1)}{ww'} \left[l - (x_1 + x_2) \right] = \frac{f\lambda}{ww'} (l - 2x)$$

Наибольшее горизонтальное напряженіе равняется:

(17) $$_{max}H = q\,\frac{ww'}{2f},$$

а наибольшее напряженіе въ *m-ой* подвѣскѣ:

(18) $$_{max}Z_m = \frac{1}{2}\,(p+g')\,(\lambda_m+\lambda_{m+1}),\ \text{гдѣ}$$

g' означаетъ постоянную нагрузку отъ вѣса подвѣски и цѣпи.

Чтобъ получить предѣльное значеніе сопротивленія опоры A_u, опредѣлимъ сперва (см. фиг. 412 d) по уравненію (16):

(19) $$z'' = \frac{lw}{l-\lambda_1+w},\ \text{а затѣмъ найдемъ:}$$

$$_{max}A_{up} = \frac{pz''}{2};\ _{min}A_{up} + {}_{max}A_{up} = \frac{p\lambda_1}{2};\ A_{ug} = \frac{g'\lambda_1}{2}$$

и наконецъ:

(20) $$_{max}A_u = \frac{pz''+g'\lambda_1}{2};\ _{min}A_u = -\frac{pz''-(p+g')\lambda_1}{2}.$$

Точно такимъ же образомъ найдемъ и предѣльныя значенія B.

Съ помощью уравненій 14, 15, 16, можно также опредѣлить и напряженія въ промежуточныхъ діагоналяхъ жесткой балки съ параллельными поясами, такъ какъ по № 205 эти напряженія пропорціональны суммамъ силъ Q.

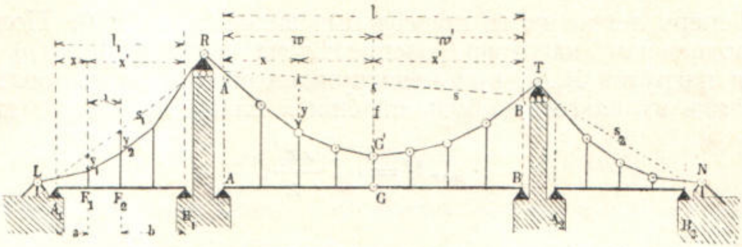
b) Многопролетные висячіе мосты съ жесткой шарнирной фермой.

207. Цѣпной мостъ въ три пролета съ жесткой балкой, фиг. 416. Если для средняго пролета даны три точки R, G' и T, то форма цѣпи опредѣлится по способу, описанному въ № 205. Горизонтальное напряженіе цѣпи отъ постоянной нагрузки назовемъ H_g. Форма цѣпи боковыхъ пролетовъ найдется, если разрѣшимъ слѣдующую простую задачу: требуется провести для данныхъ вертикальныхъ силъ веревочный многоугольникъ, который проходитъ черезъ двѣ данныя точки (R и L, а также T и N), и полюсное разстояніе котораго H_g извѣстно. При изслѣдованіи напряженій въ частяхъ моста всегда можно расчитывать на равномѣрно распредѣленную нагрузку g и принимать, что узлы цѣпи лежатъ на параболѣ съ вертикальной осью. Для средняго пролета можно примѣнить уравненіе

(1) $$y = f.\frac{xx'}{ww'},$$

а для боковаго пролета $A_1 B_1$ уравненіе

$$y = f_1 \frac{xx'}{w_1 w_1'},$$



Фиг. 416.

гдѣ f_1 ордината параболы при $x = w_1$ и $x' = l - w_1 = w_1'$. Ординаты для балокъ AB и A_1B_1 отсчитываются отъ соотвѣтствующихъ замыкающихъ линій.

Съ одной стороны мы имѣемъ:

$$H_g = \frac{gww'}{2f},$$ съ другой же стороны

$$H_g = \frac{gw_1w_1'}{2f_1};$$ поэтому отсюда получимъ:

$$\frac{w_1w_1'}{2f_1} = \frac{ww'}{2f} \text{ и } f_1 = f\frac{w_1w_1'}{ww'};$$ *)

такимъ образомъ для боковаго пролета найдемъ уравненіе

(1) $$y = f \cdot \frac{xx'}{ww'}.$$

Жесткая балка AB средняго пролета расчитывается точно также какъ и для цѣпнаго моста съ однимъ пролетомъ, а потому всѣ правила, выведенныя въ № 204—206, примѣняются и для даннаго случая. Если AB не нагружена, то $H_p = 0$. Грузъ, лежащій на боковомъ пролетѣ, не имѣетъ никакого вліянія на H_p. Балки A_1B_1 и A_2B_2 (изъ которыхъ каждая, также какъ и AB, имѣетъ одну неподвижную опору, другую подвижную въ горизонтальномъ направленіи) подъ дѣйствіемъ такихъ грузовъ должны разсматриваться, какъ простыя балки, неподвѣшенныя къ цѣпямъ. Грузы средняго пролета вызываютъ (по правиламъ № 204) горизонтальное напря-

*) Если $w = w' = \frac{1}{2}l$ и $w_1 = w'_1 = \frac{1}{2}l_1$, то получимъ (какъ и раньше въ № 202) $f_1 = f\frac{l_1^2}{l^2}$.

женіе H_p, такъ что будемъ имѣть въ сѣченіи F_1 балки A_1B_1 изгибающій моментъ $M = -H_p y_1$, и сумму силъ въ панели F_1F_2:

$$-H_p \frac{(y_1 - y_2)}{\lambda}.$$

Теперь легко найти предѣльныя значенія M и Q. Положимъ, что подвижная нагрузка распредѣлена равномѣрно (p). Тогда полная нагрузка A_1B_1, при ненагруженномъ среднемъ пролетѣ AB, вызываетъ въ какомъ нибудь сѣченіи x балки A_1B_1 моментъ

(2) $$_{max}M = p \cdot \frac{xx'}{2}.$$

Полная же нагрузка средняго пролета даетъ:

(3) $$_{min}M = -H_p\, y = -p \cdot \frac{ww'}{2f} \cdot f \cdot \frac{xx'}{ww'} = -p \frac{xx'}{2};$$

такимъ образомъ получаемъ:

$$_{max}M = -\,_{min}M.$$

При отыскиваніи предѣльныхъ значеній Q для панели F_1F_2 балки A_1B_1 надо различать два случая, когда $y_2 > y_1$ и $y_1 > y_2$.

Если $y_2 > y_1$, то нагрузка средняго пролета даетъ отрицательное значеніе Q. Чтобъ получить $_{max}Q$, нужно оставить средній пролетъ ненагруженнымъ, а балку A_1B_1 надо нагрузить только между B_1 и точкой раздѣла нагрузки, лежащей въ панели F_1F_2. Тогда балка A_1B_1 разсматривается какъ простая балка.

Такимъ образомъ, на основаніи законовъ построенія линій вліяній для простой балки (см. фиг. 103 — Выпускъ II) и примѣняя выводы, сдѣланные въ концѣ № 206, получимъ:

(4) $$_{max}Q = +\frac{pb^2}{2\,(l_1 - \lambda)} = -\,_{min}Q,$$

гдѣ b — означаетъ разстояніе поперечной балки F_2 отъ опоры B (фиг. 416).

Если $y_2 < y_1$, то нагрузка средняго пролета даетъ положительное Q; $_{min}Q$ опредѣлится, если нагрузить A_1B_1 только на длинѣ между A_1 и точкой раздѣла нагрузки, лежащей въ панели F_1F_2. Такимъ образомъ получимъ:

(5) $$_{min}Q = -\frac{pa^2}{2\,(l_1 - \lambda)} = -\,_{max}Q\ ^{*)}.$$

---

*) $_{max}Q$ и $_{min}Q$ можно опредѣлить также графически по способу, данному въ № 71 (Выпускъ II), такъ какъ въ обоихъ случаяхъ $\left(y_2 \lesseqgtr y_1\right)$ мы имѣемъ дѣло съ простой балкой A_1B_1.

Въ № 114 (Выпускъ II) было выведено уравненіе

$$_{max}M = \frac{px\,(l^2 - 3lx + 2x^2)}{2\,(3l - 2x)}.$$

Это выраженіе получаетъ наибольшее значеніе при $x = 0{,}234l$; оно равняется тогда

$$M = 0{,}019\,pl^2.$$

Такимъ образомъ для балки AB, въ случаѣ $w = w' = \frac{1}{2}l$, будемъ имѣть наибольшій моментъ равный

$$M = 0{,}019pl^2; \text{ а для балки } A_1B_1 \text{ получимъ } M_1 = \frac{pl_1^2}{8}.$$

Если же оба момента должны быть равновелики, то необходимо соблюсти условіе

$$l_1^2 = 8\,.\,0{,}019l^2 \text{ или}$$

$$\underline{l_1 = 0{,}39l.}$$

208. Многопролетный цѣпной мостъ съ жесткой балкой. Если на одномъ изъ пролетовъ даны три точки цѣпи, то форма цѣпи опредѣлена и легко найти величину H_g (по № 203). Форма боковыхъ цѣпей опредѣлится также легко, прочертивъ веревочный многоугольникъ, проходящій черезъ 2 точки (точки подвѣшиванія цѣпей) для вертикальныхъ грузовъ при прежнемъ полюсномъ разстояніи. Всегда можно допустить для расчета постоянную нагрузку равномѣрно распредѣленной. Ординаты вычисляются по способу, приведенному въ № 207. Для цѣпей моста, представленнаго на фиг. 417, надо провести сначала слѣдующія замыкающія линіи—s_1' s_2' s_3'. Въ непрерывной жесткой балкѣ A, B, C находится столько шарнировъ, сколько пролетовъ. Причемъ шарниры распредѣлены такъ, что при отсутствіи одного изъ нихъ получится *балка Гербера (консольная)*, подвѣшенная къ цѣпи. Опоры, за исключеніемъ одной неподвижной, всѣ подвижныя.

Для болѣе быстраго отыскиванія моментовъ и суммы силъ для жесткой балки предполагаютъ одинъ средній шарниръ устраненнымъ; тогда получимъ балку Гербера, на которую дѣйствуютъ кромѣ подвижныхъ грузовъ P еще напряженія Z_p подвѣсныхъ стержней. Вліяніе P и Z_p опредѣляютъ отдѣльно и задача разрѣшается на основаніи способа, описаннаго въ № 82 (фиг. 122, Выпускъ II). Моментъ, зависящій отъ силъ Z_p, опредѣлится тогда въ формѣ $(-H_py)$, гдѣ y—означаетъ ординату цѣпи, взятую до замыкающихъ линій, соотвѣтствующихъ балкѣ Гербера.

Такимъ образомъ, если, на фиг. 417 a, G_2 устраненный шарниръ, то для балки Гербера $ABCD$ получаемъ замыкающую линію s_1 s_2 s_3, углы которой лежатъ на вертикаляхъ точекъ B и C и которая проходитъ черезъ точки цѣпи, соотвѣтствующія шарнирамъ G_1 и G_3. Если обозначить для какого нибудь сѣченія F_1 панели F_1F_2 (все равно въ какомъ пролетѣ) черезъ M_o и Q_o—моментъ и сумму силъ, которые получаются при дѣйствіи на балку Гербера только силъ P, то можемъ написать такія выраженія

$$M_p = M_o - H_py_1$$

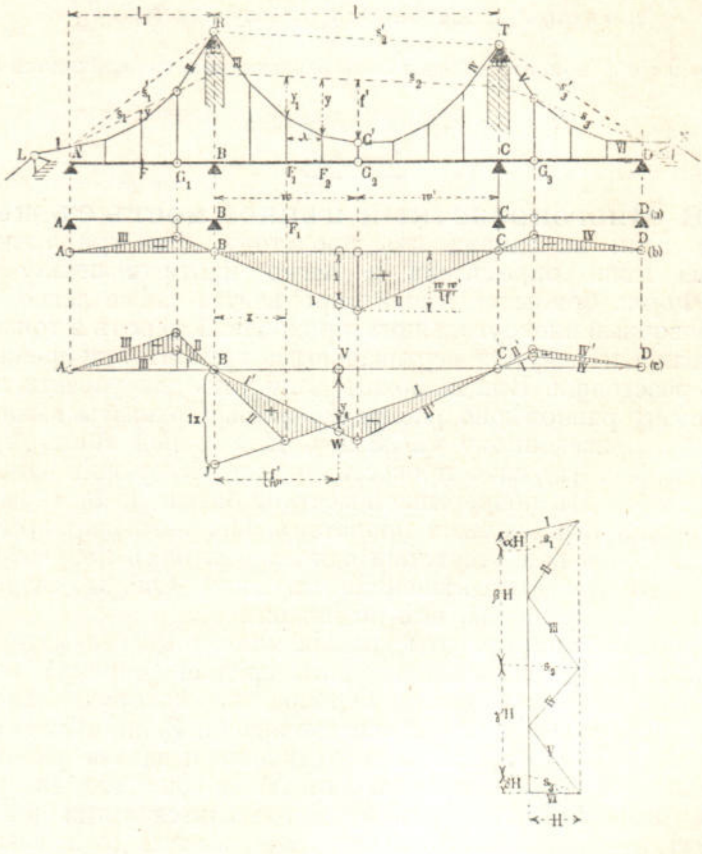
$$Q_p = Q_o - H_p\,\frac{y_2 - y_1}{\lambda}.$$

Если цѣпь лежитъ выше замыкающей линіи, то y будетъ отрицательно. Для сѣченія G_2 получаемъ:

$$M_G = M_{oG} - H_p f'; \text{ а такъ какъ}$$

этотъ моментъ долженъ равняться нулю, то найдемъ:

$$H_p = \frac{M_{oG}}{f'}.$$



Фиг. 417 a, b, c, d.

Поэтому линія вліянія для горизонтальнаго напряженія H_p получится, построивъ линію вліянія для момента въ поперечномъ сѣченіи G_2 балки Гербера $ABCD$ и раздѣливъ ординаты на f'. Такимъ путемъ получается линія вліянія для H_p, представленная на фиг. 417 b; эта линія для точки G_2 даетъ ординату $\frac{ww'}{lf'}$, а на разстояніи $\frac{l\ f'}{w}$ отъ опоры B — ординату = 1.

Для полученія линіи вліянія для изгибающаго момента $M_p = M_o - H_p y$ сначала строимъ, по правиламъ № 87 (Выпускъ II), линію вліянія для M_o и изъ ея ординатъ вычитаемъ ординаты линіи H_p, умноженныя на y.

Такимъ образомъ заштрихованная площадь фиг. 417 с означаетъ площадь вліянія для момента M_p въ поперечномъ сѣченіи F_1. Для этого сначала балка $ABCD$ разсматривалась какъ балка Гербера, неподвѣшенная къ цѣпи, и для нея была построена линія вліянія для M_o; эта линія состоитъ изъ прямыхъ I, II, III, IV и опредѣляется ординатой $BJ = 1.x$. Затѣмъ проводимъ линіи I', II', III', IV', принадлежащія линіи вліянія для Hy_1, откладывая ординату $\overline{VW} = 1.y_1$ на разстояніи $l\frac{f'}{w'}$, отъ опоры B, такъ какъ въ этомъ мѣстѣ линія для H имѣетъ ординату равную 1.

Подобнымъ же путемъ опредѣляется и линія вліянія для суммы силъ Q_p въ любой панели. Сначала считаютъ, что балка не виситъ на цѣпи, и для нея, какъ для балки Гербера, строятъ, по правиламъ № 84 (Выпускъ II), линію вліянія для Q_o и затѣмъ вычитаютъ изъ ея ординатъ ординаты линіи вліянія для $H_p \cdot \frac{y_2 - y_1}{\lambda}$. Послѣдняя линія на разстояніи отъ опоры B, равномъ $\frac{lf'}{w'}$, имѣетъ ординату $1 \cdot \frac{y_2 - y_1}{\lambda}$, легко опредѣляемую чертежемъ.

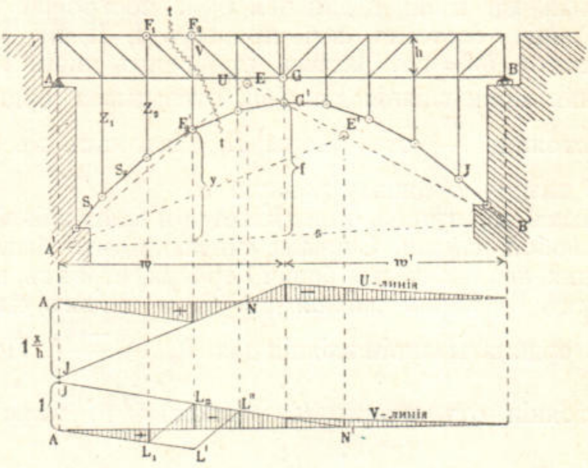
Описанный пріемъ примѣняется къ цѣпнымъ мостамъ съ любымъ числомъ пролетовъ; задача по этому способу разрѣшается всегда быстро.

Напримѣръ, этимъ способомъ можно воспользоваться для опредѣленія сопротивленій опоръ жесткой балки A, B, C, D. . . . Эти сопротивленія можно представить въ формѣ слѣдующихъ выраженій: $A = A_o - \alpha H$, $B = B_o - \beta H$, $C = C_o - \gamma H$, $D = D_o - \delta H$,. . . . гдѣ A_o, B_o, C_o, D_o. . . . означаютъ сопротивленія опоръ балки, неподвѣшенной къ цѣпи, а α, β, γ, δ. . . . постоянные коэффиціенты. Напримѣръ, фиг. 417, для любаго горизонтальнаго напряженія H значенія αH, βH, γH, δH легко найдутся, построивъ фиг. 417 d, гдѣ прямыя I, II, III. . . . s_1, s_2, s_3. . . . параллельны звеньямъ цѣпи и замыкающимъ линіямъ; этотъ чертежъ сдѣланъ на основаніи объясненій, данныхъ въ № 82 и согласно фиг. 122 b (Выпускъ II). Если эту фигуру вычертить при $H = 1$, то найдемъ постоянные коэффиціенты α, β, γ, δ.

§ 52.

Шарнирныя арки съ жесткой балкой.

209. Шарнирная арка съ жесткой балкой, лежащей сверху. Арка, состоящая изъ прямыхъ стержней, соединенныхъ между собой шарнирами, связана вертикальными стойками съ балкой, которая имѣетъ одну неподвижную, другую подвижную опору; среднимъ шарниромъ G балка дѣлится на двѣ жесткія части, фиг. 418. Ферма эта есть ничто иное, какъ перевернутая цѣпь съ жесткой балкой, а потому всѣ правила и законы, выведенные въ № 203—206, вполнѣ примѣнимы и для настоящаго случая. Напряженія Z и S будутъ только другаго знака, чѣмъ въ висячей фермѣ, т. е. будутъ отрицательны (сжатіе).



Фиг. 418.

Кромѣ того конечныя точки A' и B' замыкающей линіи s должны лежать подъ опорами на продолженныхъ линіяхъ крайнихъ стержней арки, если пролетъ (какъ на фиг. 418) балки больше пролета арки. На фиг. 418, для примѣра, построены линіи вліянія для напряженій U и V.

Линія вліянія для U опредѣлится точкой раздѣла нагрузки E и отрѣзкомъ $\overline{AJ} = 1 - \frac{x}{h}$. Прямая $A'E$ проходитъ черезъ точку F_2' арки, соотвѣтствующую узлу F_2, который лежитъ противъ пояса U.

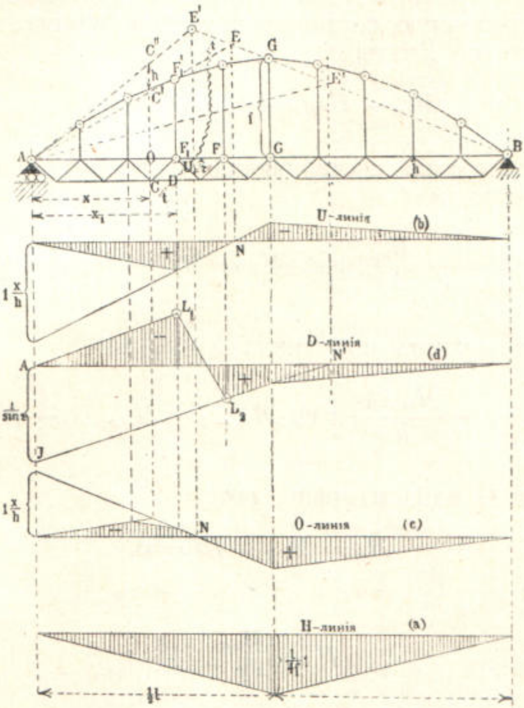
Линія вліянія для V (такъ какъ $V = -Q$) опредѣлится отрѣзкомъ $\overline{AJ} = -1$ и точкой E'. Прямую $A'E'$ надо приэтомъ провести параллельно тому стержню арки, который пересѣкается сѣченіемъ tt.

На фиг. 418 предположено, что нагрузка дѣйствуетъ на верхнемъ поясѣ. Если же грузы будутъ приложены къ нижнему поясу, то вмѣсто прямой L_1L_2 надо провести прямую $L'L''$.

Если арка такъ построена, что ея ось соотвѣтствуетъ веревочному многоугольнику, проведенному черезъ точки A', G' и B' при дѣйствіи только постоянной нагрузки, то тогда вертикали жесткой балки будутъ находиться только подъ дѣйствіемъ постоянной нагрузки. Вертикаль V_m, раздѣляющая панели λ_m и λ_{m+1}, получитъ напряженіе $V_{mg} = -\frac{1}{2} g_0 (\lambda_m + \lambda_{m+1})$, гдѣ g_0 есть постоянная нагрузка, дѣйствующая на верхнемъ поясѣ. Напряженія O, U, D будутъ зависѣть только отъ подвижной нагрузки, и тогда имѣемъ слѣдующія уравненія:

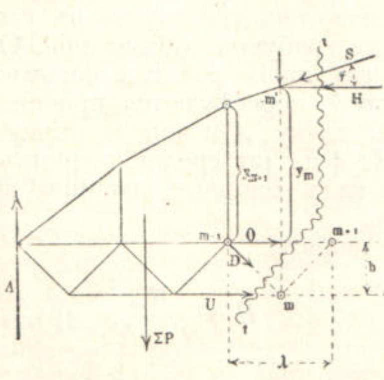
$$_{max}O + _{min}O = 0;\quad _{max}U + _{min}U = 0;\quad _{max}D + _{min}D = 0.$$

210. Шарнирная арка съ жесткой балкой въ видѣ затяжки. Такая ферма показана на фиг. 419. На одномъ концѣ находится неподвижная опора, на другомъ подвижная, такъ что при вертикальной нагрузкѣ сопротивленія опоръ также вертикальны и одинаковы съ сопротивленіями, какъ и для простой балки



Фиг. 419.

AB. Жесткая балка состоитъ изъ двухъ жесткихъ частей, связанныхъ между собой шарниромъ. Арка связана съ балкой вертикальными подвѣсками.



Фиг. 420.

Проведемъ сѣченіе *tt*, встрѣчающее четыре стержня (U_{m-1}, D_m, O_m, N), и разсмотримъ лѣвую часть фермы, фиг. 420. Равнодѣйствующая внѣшнихъ силъ ($=\Sigma P$) вмѣстѣ съ сопротивленіемъ опоры A, вызываетъ моменты M_{om} и $M_{o(m-1)}$ относительно узловъ m и $m-1$, которые имѣютъ ту же величину, какъ и моменты относительно тѣхъ же узловъ простой балки AB, неподвѣшенной къ аркѣ.

Если разложить напряженіе N (сжатіе), происходящее въ стержнѣ арки, черезъ который проведено сѣченіе tt, на горизонтальную и вертикальную составляющія, то получимъ, составляя уравненіе моментовъ по Риттеру:

$$M_{om} - H(y_m + h) + O_m h = 0,$$

гдѣ H — горизонтальная составляющая (горизонтальное напряженіе).

Отсюда получимъ:

$$O_m = -\frac{M_m}{h}, \text{ гдѣ } M_m = M_{om} - H(y_m + h).$$

Такимъ же путемъ получимъ:

$$U_{m-1} = +\frac{M_{m-1}}{h}, \text{ гдѣ } M_{m-1} = M_{o(m-1)} - Hy_{m-1}.$$

Для точки G найдемъ (фиг. 419):

$$M_G = M_{oG} - Hf = 0,$$

откуда

$$H = \frac{M_{oG}}{f}.$$

Выраженія, найденныя для M и H, согласуются съ выраженіями для жесткой балки, подвѣшенной къ цѣпи (§ 51). Только вмѣсто y_m здѣсь входитъ $y_m + h$, если разсматриваемый узелъ принадлежитъ нижнему поясу балки. Для горизонтальнаго напряженія H и для напряженій U и O построены линіи вліянія (фиг. 419 a, b, c), причемъ предположено, что нагрузка дѣйствуетъ въ узлахъ верхняго пояса.

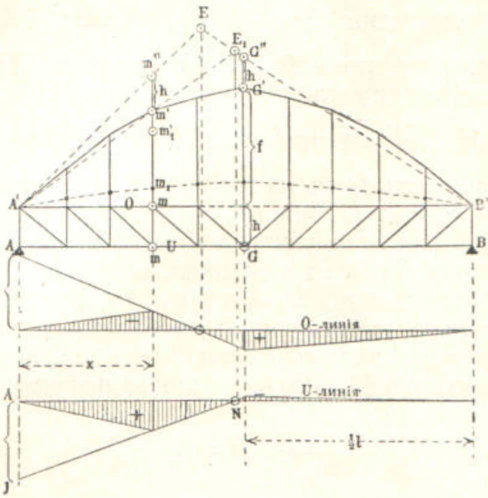
Фиг. (a) и (b) не требуютъ объясненій. Относительно фигуры (c) надо замѣтить, что линія раздѣла нагрузки проходитъ черезъ точку E', въ которой пересѣкаются прямая BG', и прямая AE', проведенная черезъ точку A и черезъ точку C'', лежащую выше C' на величину h. На фиг. 421 среднiй шарниръ лежитъ на нижнемъ поясѣ балки, тогда какъ опорные шарниры арки, какъ и раньше, лежатъ на верхнемъ.

Теперь можно написать:

$$H = \frac{M_{oG}}{f + h}.$$

Высота треугольника — площади вліянія для H теперь равняется не $\frac{l}{4f}$, а $= \frac{l}{4(f+h)}$ и прямая $B'G'$ замѣняется прямой $B'C''$, причемъ G'' лежитъ выше G' на величину h.

Мы ограничимся разсмотрѣніемъ двухъ случаевъ, представленныхъ на фиг. 419 и 421. Для другихъ подобныхъ фермъ **при любой**



Фиг. 421.

формѣ поясовъ балки будутъ имѣть значеніе уравненія:

$$M_m = M_{om} - Hy'_m \text{ и } H = \frac{M_{oG}}{f'},$$

гдѣ y'_m — разстояніе узла m отъ оси арки,
f' — разстояніе шарнира G отъ оси арки,
оба разстоянія взяты по вертикальному направленію.

Если, напримѣръ, на фиг. 421, замѣнить верхній прямой поясъ $A'B'$ ломаннымъ $A'm_1B'$ (показано пунктиромъ), то получимъ:

$$U = + \frac{M_m}{r_m} \text{ и } M_m = M_{om} - H\,(y_m - \overline{mm_1}), \text{ гдѣ}$$

r_m означаетъ величину перпендикуляра, опущеннаго изъ m_1 на U.

Вмѣсто $\overline{AJ} = 1 \cdot \frac{x}{h}$ надо отложить $\overline{AJ} = 1 \cdot \frac{x}{r_m}$; прямая $A'E$, опредѣляющая раздѣлъ грузовъ N, должна теперь проходить черезъ точку m'_1, причемъ разстояніе $m'm'_1 = mm_1$. Такъ какъ m_1 лежитъ выше $A'B'$, то m'_1 должно лежать ниже m'.

Если такимъ путемъ будутъ получены линіи вліянія для всѣхъ напряженій O и U, то для построенія линій вліянія для напряженій въ промежуточныхъ стержняхъ можно прибѣгнуть къ способу, описанному въ № 170 (Выпускъ IV).

Если $A - \Sigma P = Q_o$ есть сумма силъ для сѣченія tt простой балки, то сумма силъ для фермы на фиг. 420 въ сѣченіи tt будетъ равняться:

$$Q = Q_o - Htg\varphi = Q_o - H\frac{y_{m+1} - y_m}{\lambda_m};$$

въ такомъ же видѣ была представлена и сумма силъ для цѣпи съ жесткой балкой, а потому опредѣлить ее возможно на основанiи правилъ, изложенныхъ въ № 203—206. На фиг. 419 d построена линiя влiянiя для напряженiя $D = +\frac{Q}{\sin\tau}$. Точка E', опредѣляющая точку N', лежитъ на прямой $B'G'$: прямая AE' параллельна стержню арки, лежащему въ сѣченiи tt. Линiя AL_1 параллельна JL_2.

Если сдѣлать $\overline{AJ} = 1$, вмѣсто $\overline{AJ} = \frac{1}{\sin\varphi}$, то получимъ линiю влiянiя для суммы силъ Q въ панели F_1F_2. Для случая, представленнаго на фиг. 421, точка E' лежитъ на прямой $B'G''$.

Если постоянная нагрузка равномѣрно распредѣлена и узлы арки лежатъ на параболѣ съ вертикальной осью, то для случая на фиг. 419 имѣемъ напряженiя $D_g = 0$ и $U_g = 0$, предполагая, что часть постоянной нагрузки, дѣйствующей на балку, распредѣлена исключительно по верхнимъ узламъ балки, что вполнѣ допустимо.

Для всѣхъ стержней верхняго пояса получаемъ:

$$O = + H_g = + \frac{gl^2}{8f}$$

Если же и подвижная нагрузка $(= p)$, равномѣрно распредѣлена, то при полной нагрузкѣ балки грузами p получимъ для верхнихъ поясовъ:

$$O_p = + \frac{pl^2}{8f}, \text{ тогда какъ}$$

D_p и U_p опять равняются нулю.

Таким образомъ получимъ:

$${}_{max}U + {}_{min}U = 0; \quad {}_{max}D + {}_{min}D = 0.$$

ПРИБАВЛЕНIЕ.

Нѣкоторыя данныя о нагрузкѣ сооруженiй.

I. Мосты.

а) Балочные мосты проѣзжихъ дорогъ *).

1. Мосты проѣзжихъ дорогъ съ двойной досчатой настилкой. Равномѣрно распредѣленная нагрузка (соотвѣтствующая повозкамъ въ 10 тоннъ) на 1 кв. м. моста составляетъ (l = пролетъ въ метрахъ):

$$p_1 = \left(360 + \frac{1200}{l_{\text{мтр.}}}\right) \text{ клгр./мтр.}^2.$$

Общiй вѣсъ *желѣза* на 1 кв. м.

$$g_1 = (105 + 2{,}3\, l_{\text{мтр.}} + 0{,}02\, l^2_{\text{мтр.}}) \text{ клгр./мтр.}^2.$$

Вѣсъ досчатаго настила — 110 кг. на кв. м.

Если внѣ главныхъ фермъ имѣются еще особые, покрытые досками тротуары, то для этихъ тротуаровъ вѣсъ желѣза на 1 кв. м. ихъ площади (включая и необходимое усиленiе главныхъ фермъ, но безъ вѣса перилъ) будетъ:

$$g_2 = (60 + 2{,}3\, l_{\text{мтр.}}) \text{ клгр./мтр.}^2.$$

2. Шоссированные мосты проѣзжихъ дорогъ. Вѣсъ желѣза на 1 кв. м., исключая желѣзо Зоре (или другаго сѣченiя):

$$g_1 = (125 + 2{,}8\, l_{\text{мтр.}} + 0{,}025\, l^2_{\text{мтр.}}) \text{ клгр./м.}^2.$$

На желѣзо Зоре надо прибавить 65 клгр./м.^{2} и на щебень — 400 клгр./м.^{2}; подвижная нагрузка p и вѣсъ g_2 тротуаровъ, расположенныхъ снаружи, опредѣлится какъ въ 1.

*) По Энгессеру „Zeitschrift für Baukunde“ 1881. стр. 66.

3. Городскіе мосты съ двойной досчатой настилкой.

$$p_1 = \left(440 + \frac{1400}{l_{\text{мтр.}}}\right) \text{ клгр./мтр.}^2$$

$$g_1 = (155 + 2{,}7\, l_{\text{мтр.}} + 0{,}021\, l^2_{\text{мтр.}}) \text{ клгр./мтр.}^2$$
$$g_2 = (80 + 2{,}7\, l_{\text{мтр.}}) \text{ клгр./мтр.}^2$$

Вѣсъ настила 140 клгр./мтр.^{2}.

4. Городскіе мосты шоссированные.

$$g_1 = (170 + 3{,}2\, l_{\text{мтр.}} + 0{,}028\, l^2_{\text{мтр.}}) \text{ клгр./мтр.}^2$$

p_1 и g_2 — какъ въ 3.
Вѣсъ щебня 480 клгр./мтр.^{2}.
Вѣсъ желѣза Зорé 80 клгр./мтр.^{2}.

5. Городскіе мосты вымощенные.

$$g_1 = (180 + 3{,}7\, l_{\text{мтр.}} + 0{,}029\, l^2_{\text{мтр.}}) \text{ клгр./мтр.}^2$$

p_1 и g_2 — какъ въ 3.
Вѣсъ мостовой 700 клгр./мтр.^{2}.
Вѣсъ желѣза Зорé 80 клгр./мтр.^{2}.

Подвижная нагрузка. Часто требуется, чтобъ подвижная нагрузка была составлена изъ толпы людей (350 клгр./мтр.^{2} — для мостовъ проѣзжихъ дорогъ и 450 клгр./мтр.^{2} для городскихъ мостовъ) и изъ повозокъ. Для главныхъ балокъ мостовъ, пролетомъ до 20 м., наибольшая нагрузка отъ колесъ дѣйствуетъ менѣе выгодно, чѣмъ нагрузка отъ толпы людей. Въ этомъ случаѣ достаточно, для мостовъ проѣзжихъ дорогъ, принимать повозки съ разстояніемъ между осями 3,0 до 3,5 м. и нагрузкой отъ 3000 до 6000 клгр. на ось (въ зависимости отъ дороги); или предположить на мосту катокъ для укатыванія шоссе (вѣсъ 6000 клгр.). Городскіе мосты расчитываются на нагрузку ихъ одной повозкой съ базисомъ 4,5 м. и нагрузкой на ось 10000 до 12000 клгр. Въ особыхъ случаяхъ слѣдуетъ принимать также и нагрузку моста каткомъ (10 тн. на переднее колесо и 13 тн. на заднія колеса); разстояніе въ свѣту между ободами заднихъ колесъ 1,0 м., ширина обода заднихъ колесъ 0,55 м.; разстояніе между осями катка 2,75 м., ширина обода передняго колеса 1,06 м. Остальная проѣзжая часть моста предполагается нагруженною толпой людей или болѣе легкими повозками (съ давленіемъ на ось 4500 до 6000 клгр.).

Главныя балки *большихъ* проѣзжихъ мостовъ расчитываются обыкновенно на нагрузку моста сплошною толпою людей.

в) Городскіе арочные мосты *).

Вѣсъ главныхъ фермъ (включая вѣтровыя и поперечныя связи) на 1 пог. метръ пролета для арокъ съ опорными шарнирами, но безъ шарнира въ вершинѣ составляетъ:

$$g = (\gamma b + 35\, z) \text{ клгр./мтр., гдѣ}$$

*) По Энгессеру.

b = ширина моста въ метрахъ
z = число главныхъ фермъ
γ = коэффиціентъ, который берется изъ слѣдующей таблицы:

Пролетъ въ метрахъ .	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Полотно подъ шоссе .	32	62	94	129	168	209	255	300	350	410
Полотно съ двойнымъ досчатымъ настиломъ	28	53	80	110	144	180	220	260	305	355

Статическій расчетъ моста начинаютъ всегда съ расчета полотна, опредѣляя постепенно вѣсъ полотна, продольныхъ, поперечныхъ фермъ, тротуаровъ, а затѣмъ уже переходятъ къ изслѣдованію главныхъ фермъ.

Для арочныхъ фермъ съ 3 шарнирами вышеприведенныя данныя могутъ быть уменьшены на 15%.

Подвижную нагрузку опредѣляютъ по даннымъ въ концѣ п. *a*.

c) Собственный вѣсъ желѣзнодорожныхъ балочныхъ мостовъ *).

Мостъ предполагается въ одинъ путь; при двухъ путяхъ цифры удваиваются. Данныя для „тяжелыхъ конструкцій" относятся до главныхъ линій.

1) *Сплошныя балки, ѣзда поверху.*

Нагрузка на пог. метръ пролета въ клгр., и на 1 пог. фут. въ пуд.

l въ		Тяжелой конструкціи.		Легкой конструкціи.	
метр.	фут.	клгр.	пуд.	клгр.	пуд.
2	6,6	610	11,35	610	11,35
3	9,8	510	9,49	450	8,37
4	13,1	570	10,60	500	9,30
5	16,4	620	11,54	550	10,23
6	19,7	630	11,72	560	10,42
8	26,2	660	12,28	600	11,16
10	32,8	790	14,70	700	13,02
12	39,4	930	17,30	840	15,63
14	45,9	1020	18,98	950	17,68
16	52,5	1140	21,21	1060	19,72
18	59,0	1530	28,47	1410	26,23

*) По Seefehler'у.

2) *Сплошныя балки, ѣзда по низу.*

Нагрузка на пог. метръ пролета въ клгр., и на 1 пог. фут. въ пуд.

l въ		Тяжелой конструкціи.		Легкой конструкціи.	
метр.	фут.	клгр.	пуд.	клгр.	пуд.
6	19,7	840	15,63	740	13,77
8	26,2	950	17,68	780	14,51
10	32,8	970	18,04	870	16,19
12	39,4	1090	20,28	980	18,23
14	45,9	1150	21,40	1060	19,72
16	52,5	1220	22,70	1100	20,47
18	59,0	1320	24,56	1200	22,33

3) *Фермы параболическія, Шведлера и Паули.*

25	82,0	1220	22,70	1090	20,28
30	98,4	1480	27,54	1320	24,56
40	131,2	1640	30,51	1460	27,16
50	134,0	1760	32,75	1550	28,84
60	196,8	2320	43,17	2080	38,70
70	229,7	2510	46,70	2260	42,05
80	262,5	2730	50,79	2660	49,49
90	295,3	3150	58,61	2830	52,10
100	328,1	3600	66,98	3300	61,40

4) *Фермы полупараболическія и съ параллельными поясами.*

25	82,0	1280	23,82	1140	21,21
30	98,4	1540	28,65	1380	25,68
40	131,2	1740	31,37	1510	28,10
50	164,0	1820	33,86	1600	29,77
60	196,8	2380	44,28	2120	39,44
70	229,7	2560	47,63	2310	42,98
80	262,5	2780	51,72	2710	50,42
90	295,3	3270	60,84	3080	57,31
100	328,1	3760	69,96	3370	62,70

d) Собственный вѣсъ желѣзнодорожныхъ арочныхъ мостовъ *).

Вѣсъ *проѣзжей части* (шпалы, рельсы, настилъ) съ продольными и поперечными фермами опредѣляется предварительно, до расчета главныхъ фермъ. Для *главныхъ фермъ*, включая вѣтровыя и поперечныя связи, можно принять:

для l= 10	20	30	40	50	60	70	80	90	100 метр.
g=450	750	1050	1350	1650	1950	2250	2560	2890	3280 клгр. на 1 пог. метръ пути.

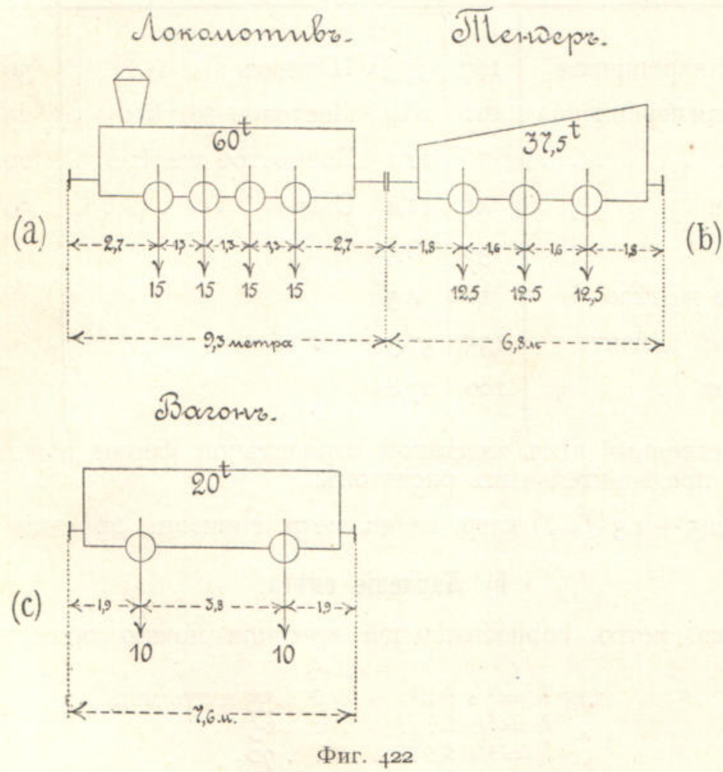
При $l = 10$ м. до $l = 70$ м. приведенныя значенія соотвѣтствуютъ формулѣ:

$$g = (150 + 30\, l_{\text{мтр.}}) \text{ клгр./мтр.}$$

Вышеприведенныя значенія относятся къ аркамъ съ двумя шарнирами: для арокъ съ 3 шарнирами эти цифры уменьшаются на 15%.

e) Подвижная нагрузка для желѣзнодорожныхъ мостовъ **).

Нормальный поѣздъ предполагается составленнымъ изъ двухъ паровозовъ съ тендерами и вагонами, фиг. 422 расположенными невыгоднѣйшимъ образомъ. Паровозы могутъ быть поставлены въ поѣздѣ врозь или рядомъ, съ трубами въ



Фиг. 422

*) По Энгессеру.

**) Для русскихъ мостовъ. Циркуляръ Министерства Путей Сообщенія отъ 15 Января 1896 г. за № 753. (Добавлено переводчиками).

одну сторону или обращенными одна къ другой. Вагоны могутъ стоять впереди и сзади каждаго паровоза.

Необходимо имѣть въ виду возможность разрыва нормальнаго поѣзда въ *одномъ мѣстѣ* и нахожденіе въ нормальномъ поѣздѣ порожнихъ вагоновъ (неразрѣзныя фермы).

При опредѣленіи усилій въ продольныхъ и поперечныхъ балкахъ, а равно въ фермахъ малыхъ пролетовъ необходимо сдѣлать два параллельныхъ расчета: одинъ въ предположеніи загрузки пролета вышеуказаннымъ поѣздомъ, а другой—въ предположеніи прохода отдѣльной оси съ давленіемъ на нее 20 тоннъ и затѣмъ изъ двухъ предположеній выбрать—невыгоднѣйшее

II. Крыши.

a) Собственный вѣсъ.

Вѣсъ покрытія и обрѣшетки на 1 кв. метр. (1 кв. саж.) поверхности крыши.

Обрѣшетка деревянная.	Вѣсъ кв. един.		Обрѣшетка угловое желѣзо.	Вѣсъ кв. един.	
	клгр.	пуд.		клгр.	пуд.
Двойная черепичная .	127	35,3	Шиферъ	50	13,9
Одиночная черепичная	102	28,4	Листовое желѣзо . .	25	7
Шиферъ	76	21,1	Волнистое желѣзо .	22	6,1
Цинковая	41	11,4	Стекло	50	13,9
Толь	30	8,3			
Листовое желѣзо .	16	4,5			
Древесный цементъ .	135	37,5			
Свинцовая	100	27,8			

Собственный вѣсъ желѣзной стропильной фермы можно принять для предварительныхъ расчетовъ:

$$g = (2{,}5 + 1{,}5\ L_{\text{мтр.}})$$ клгр. на кв. метр. горизонт. проекціи

b) Давленіе снѣга.

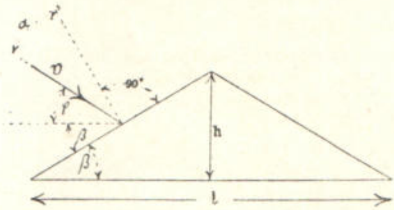
На кв. метръ горизонтальной проэкціи можно принять (см. фиг. 423).

для $h = {}^1/_2\, l$ . . . . 55 клгр./мтр.^{2}
„ $h = {}^1/_3\, l$ . . . . 65 „
„ $h = {}^1/_4\, l$ . . . . 70 „
„ $h \leqq {}^1/_5\, l$ . . . . 75 „

Для крышъ съ полигональнымъ очертаніемъ верхняго пояса принимаютъ одно и тоже давленіе снѣга (=75 гк).

Для сѣверной части Россіи давленіе снѣга принимаютъ въ 100 клгр. на кв. метръ горизонтальной проекціи кровли.

c) Давленіе вѣтра.



Фиг. 423.

Давленіе вѣтра на 1 кв. м. поверхности фермы, нормальной къ направленію вѣтра, принимаютъ въ 120 клгр. (35 пуд. на кв. саж., $1^1/_2$ пуда на кв. футъ). Обозначая это давленіе F_0 и полагая направленіе вѣтра подъ угломъ φ къ горизонту, получимъ слагающую давленія вѣтра, нормальную къ поверхности кровли на кв. единицу этой поверхности:

$$F = F_0 \sin^2 (\beta + \varphi).$$

Таблица давленій вѣтра на кровли разныхъ уклоновъ при $F_0 = 120$ гк. (35 пуд./саж.²) и $\varphi = 10^0$:

Подъемъ крыши $\frac{h}{l}$	$^1/_2$	$^1/_3$	$^1/_4$	$^1/_5$	$^1/_6$	$^1/_7$	$^1/_8$	$^1/_9$	$^1/_{10}$
F на кв. м. въ клгр.	80	57	42	33	27	23	20	18	16
F на кв. саж. въ пуд.	22,2	15,8	11,7	9,2	7,5	6,4	5,6	5,0	4,5

Литература.

A. Графическая статика.

C. Culmann, Die graphische Statik. Zürich, I. Auflage 1864; II. Auflage 1875. Изъ 2 изданія появилась половина.

J. Bauchinger, Elemente der graphischen Statik. München 1871.

K. v. Ott, Das graphische Rechnen und die graphische Statik. Prag 18/1. IV Auflage 1883.

Lévy, *La statique graphique et ses applications aux constructions.* Paris 1874. II. Auflage 1886.

Jay du Bois, *The elements of graphical statics and their application to framed structures* New-York 1875. II Auflage 1877.

H. F. Eddy, *Researches in Graphical Statics.* New-York 1876.

———, Neue Konstruktionen aus der graphischen Statik. Нѣмецкое изданіе предыдущаго сочиненія. Leipzig 1880.

A Favaro, *Lezioni di Statica grafica.* Mailand 1877.

———, *Lecons de Statique graphique.* Переводъ перваго тома предыдущаго сочиненія (P. Terrier).

J. B. Chalmers, *Graphical determination of forces in engineering structures.* London 1881.

H. Müller-Breslau et Th. Seyrig, *Eléments de Statique Graphique.* Paris 1886.

B. Литература къ отдѣламъ II и III *).

Mohr, Bietrag zur Theorie der Holz- und Eisenkonstruktionen. (H. Z. 1870, S. 41 und 1877, S. 51).

Francke, Beziehung zwischen der Lage des Spannungsmittelpunktes und der neutralen Achse ebener Figuren. (H. Z. 1875, S. 329).

W. Ritter, Eine neue Festigkeitsformel. (Civiling. 1876, S. 309).

Keck, Excentrische Druckbelastung eines cylindrischen Mauerwerkkörpers ausserhalb des Kerns. (H. Z. 1882, S. 301).

———, Excentrische Druckbelastung ausserhalb des Kerns bei Mauerwerkskörpern von ringförmigem Querschnitte. (H. Z. 1882, S. 627).

Mohr, Ueber die Vertheilung der exsentrischen Druckbelastung einer Mauerwerk körpers. (H. Z. 1883, S. 163).

---

*) Сокращенія. H. Z. = Zeitschrift des Architekt. u. Ingen.-Vereins in Hannover
Z. f. Bw. = Zeitschrift für Bauwesen, Berlin.
D. B. = Deutsche Bauzeitung. Berlin.

Barkhausen, Druckvertheilung im rechteckigen Mauerquerschnitte. (H. Z. 1883, S. 469).

Hüppner, Zur Ermittelung der Druckvertheilung in Mauerwerksquerschnitten. (Civiling. 1885, S. 39).

Hildgard, Culmmann's Verfahren zur Bestimmung der Trägheitsmomente einer aus zwei einfachen Figuren zusammengesetzten Fläche. (Schw. B. 1883, Juni, S. 143).

Mohr, Ueber die Bestimmung und die graphische Darstellung von Trägheitsmomenten ebener Flächen. (Civiling. 1887, S. 43)

C. Теорія статически опредѣлимыхъ фермъ.

Ritter, Elementare Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brückenkonstruktionen. Hannover 1863. III. Auflage 1873.

Laissle u. Schübler, Der Bau der Brückenträger. Stuttgart 1857. IV. Auflage (2 Bände) 1876.

J. Clark Maxwell, *On the application of the theory of reciprocal polar figures to the construction of diagrams of forces.* Engineer, Vol. 24, S. 402. Въ этой статьѣ впервые показано построеніе взаимныхъ діаграммъ для рѣшетки съ постоянной нагрузкой. Общее изслѣдованіе изложено Maxwell'емъ въ статьѣ: *On reciprocal figures and diagrams of forces.* Philosophical Magazine, April 1864, S. 250.

Schäffer, Hilfssätze für die Berechnung der Fachwerkträger. (Z. f. Bw. 1870).

Keck Ueber die Ermittelung der Spannungen in Fachwerkträgern mit Hülfe der graphischen Statik. (H. Z. 1870, S. 153).

Fleeming Jenkin, *On the practical application of reciprocal figures to the calculation of strains of framework.* Trans. of the Royal Society of Edinburgh 1870, S. 441.

L. Cremona, *Le figure reciproche nella Statica Grafica.* Milano, J. Giugno, 1872. Изслѣдованія Cremona имѣютъ болѣе общій характеръ, чѣмъ Maxwell'я.

E. Winkler, Theorie der Brücken, Heft I: Aeussere Kräfte gerader Träger und Heft II: Innere Kräfte gerader Träger. Wien 1873—1881.

Schaeffer, Graphische Ermittelung der Ordinaten des Schwedler'schen Trägers. (Z. f. Bw. 1873, S. 237).

Heuser, Graphische Ermittelung der Ordinaten des Schwedler'schen Trägers. (Z. f. Bw. 1873, S. 523).

Keck, Ungünstigste Belastungsart für Fachwerkträger, kontinuirliche Gelenkträger und für Bögen mit 3 Gelenken. (H. Z. 1874, S. 352).

Mohr, Beitrag zur Theorie der Bogenfachwerkträger. (H. Z. 1874, S. 223). Содержитъ описаніе извѣстнаго способа графическаго расчета рѣшетчатыхъ балокъ.

L. Tetmajer, Die äusseren und inneren Kräfte an statisch bestimmten Brücken und Dachstuhl-Konstruktionen. Zürich 1875.

Weyrauch, Maximalmomente einfacher Träger bei festen und mobilen Lastsystemen. (H. Z. 1875, S. 467).

Schäffer, Zur Berechnung von Fachwerkträgern auf zwei Stützpunkten. (D. B. 1875).

Fränkel, Ueber die ungünstigste Einstellung von Einzellasten auf Fachwerkträgern mittels Influenzkurven. (Civiling. 1876, S. 442).

Zimmermann, Das Momentenschema. (H. Z. 1877, S. 61).

Quietmeyer, Berechnung der Form und der Spannungen eines Brückenträgers von 72 *m* Weite mit zweifachem Fachwerk und bis zur Mitte nach der Grenzform der einfachen Zugdiagonalen durchgeführten Krümmung der oberen Gurtung. (H. Z. 1877, S. 233).

W. Wittmann, Die graphische Bestimmung der Maximalmomente. München 1877.

Schäffer, Balastungsgesetz für den Balken auf zwei Stützpunkten. (Z. f. Bw. 1877).

Engesser, Geometrische Bestimmung der in einem Fachwerkträger wirkenden inneren Kräfte. (Zeitschr. f. Baukunde, München 1878, S. 87).

Foeppl, Theorie des Fachwerks. Leipzig 1880.

C. Stelzel, Theorie einfacher, statisch bestimmter Brückenträger. Wien 1880.

Melan, Beitrag zur graphischen Behandlung der Fachwerkträger mit Zugrundelegung des Princips der Influenzkurven. (H. Z. 1880, S. 219).

Hardung, Ermittelung der Spannungen in einer Bogenbrücke mit drei Gelenken (Z. f. Bw. 1880, S. 419).

Handbuch der Ingenieuerwissenschaften Band. II. Brückenbau (bearbeitet von Schäffer und Sonne). Leipzig 1881.

Münchow, Kräftepläne combinirter Fachwerksysteme (Centralblatt der Bauverwaltnng 1882, S. 278).

Almquist, Graphische Ermittelung der absoluten Maximalmomente einfacher, durch bewegliche Lastensysteme beanspruchter Träger. (Civiling. 1882, S. 640).

———, Ermittelung der grössten Momente und Vertikalkräfte an einfachen, durch bewegliche Lastensysteme beanspruchten Trägern. (Civiling. 1883, S. 153).

———, Ueber die graphische Bestimmung der grössten Momente bei mittelbarer Belastung. (Civiling. 1884, S. 337).

Schlotke, Neue geometrische Bestimmung der grössten Momente einfacher Träger bei beweglichen Lastgruppen. (Civiling. 1885, S. 501).

Henneberg, Statik der starren Systeme. Darmstadt 1886.

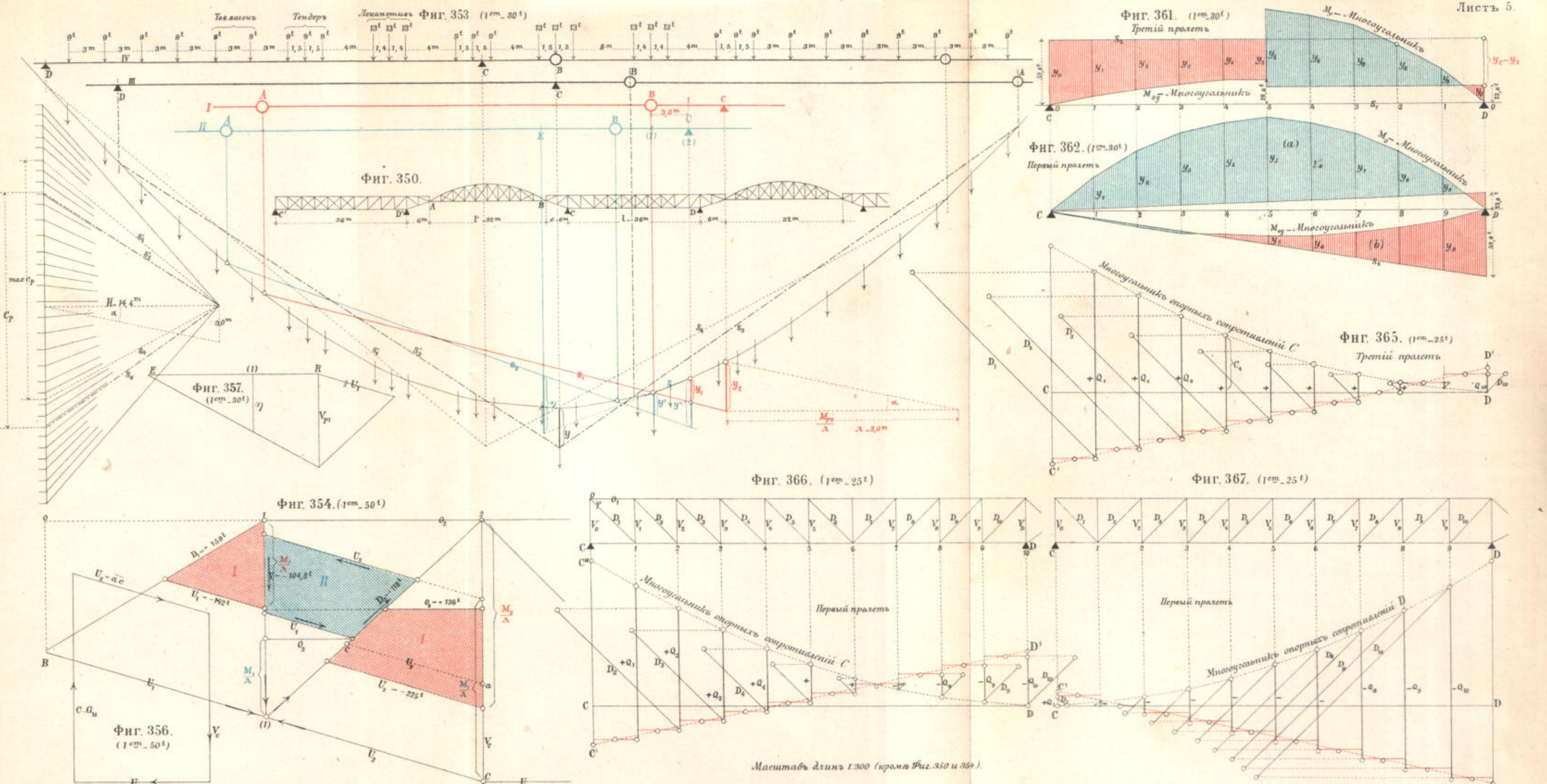
Grübler, Beitrag zur Theorie des ebenen einfachen Fachwerks. (Riga'ische Industrie-Zeitung 1887, No. 4 u. 5).

Hüppner, Seilzug durch drei gegebene Punkte. (Civiling. 1887, S. 89).

Müller-Breslau, Beitrag zur Theorie des ebenen Fachwerks. (Schw. Bauztg. 1887 Mai, S. 121).

Діаграммы для балки Гербера. (§44)

Листъ 5.

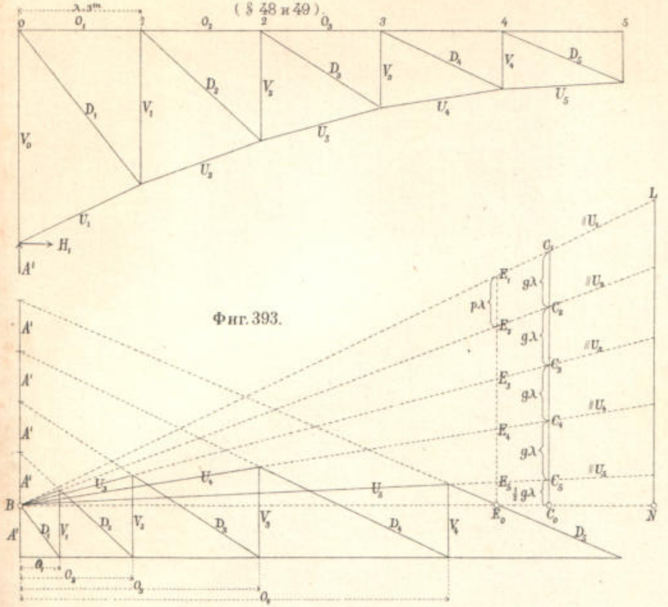


Масштабъ длинъ 1:300 (кромѣ Фиг. 350 и 354).

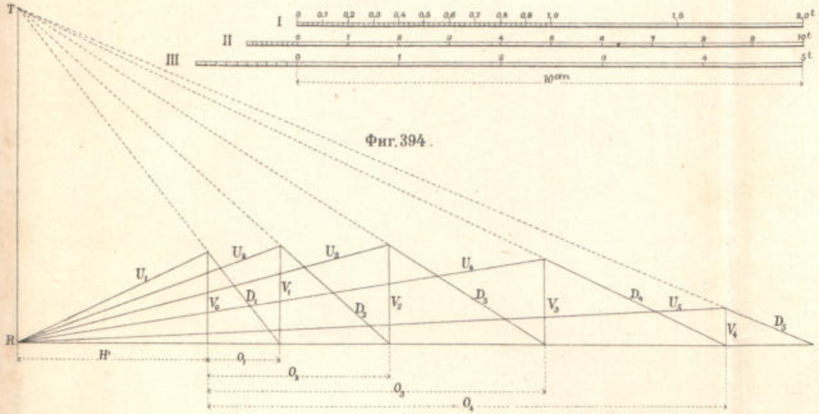
Müller-Breslau. Графическая статика сооруженій.
Г. Кривошеинъ и П. Казинъ.

Фиг. 350. 353. 354. 356. 357. 361. 362. 365. 366. 367.

Изданіе Инженера П. Казина.



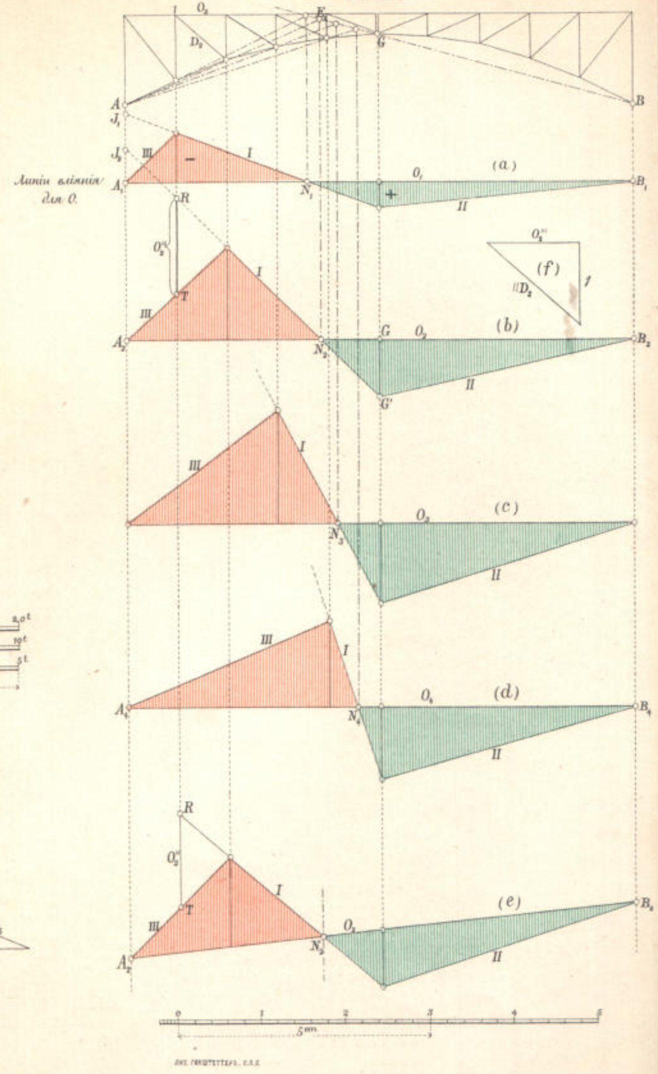
Фиг. 393.



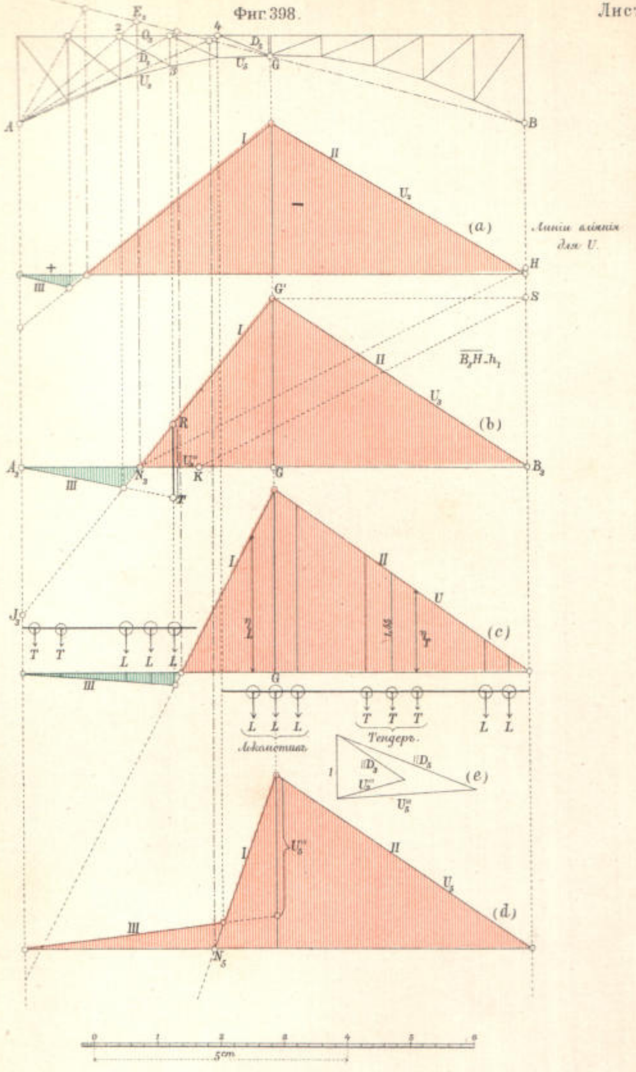
Фиг. 394.

Müller-Breslau. Графическая статика сооруженій.
Г. Кривошеинъ и П. Казинъ.

Фиг. 397.



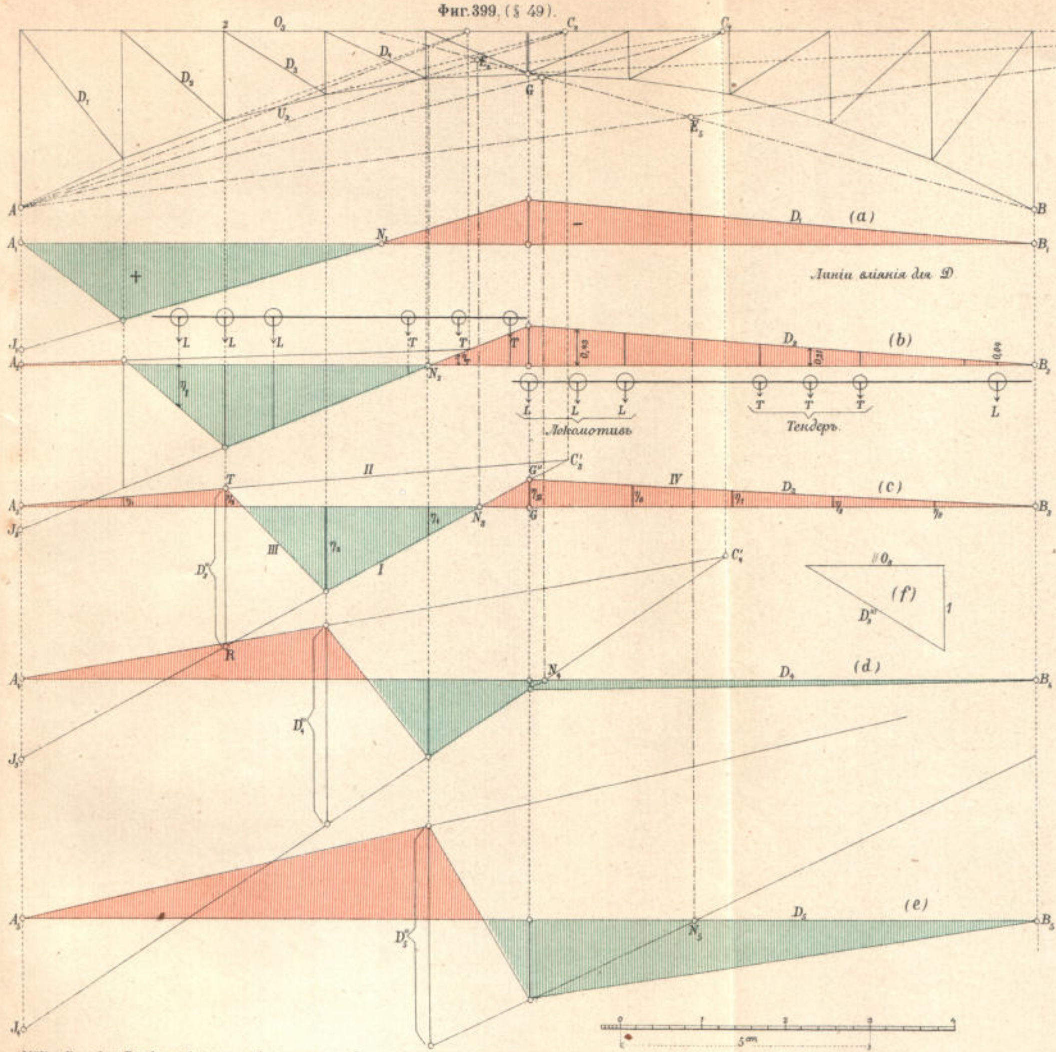
Фиг. 398.



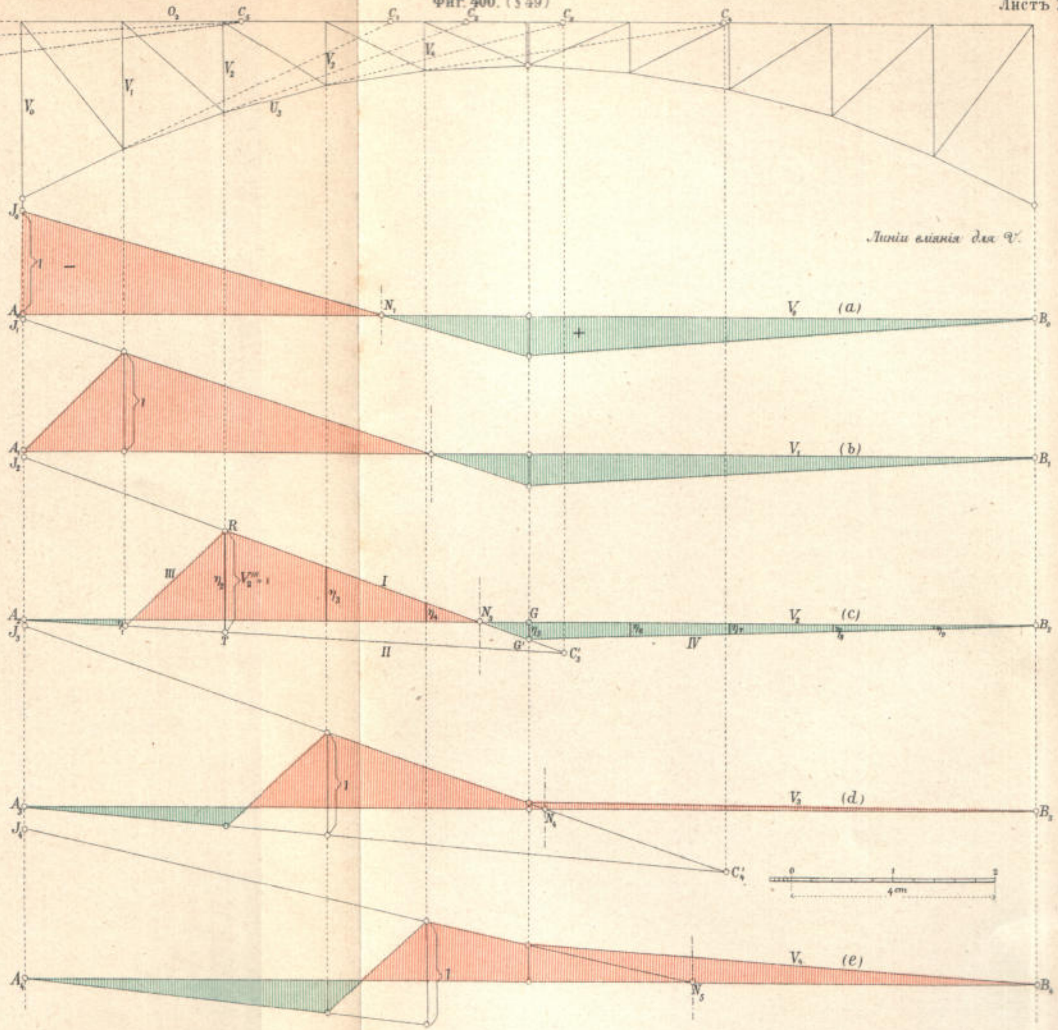
Изданіе Инженера П. Казина.

Фиг. 393, 394, 397 и 398.

Фиг. 399. (§ 49).



Фиг. 400. (§ 49)



Фиг. 399 и 400.

Изданіе Инженера П. Казина.

123

ЦѢНА ПОЛНАГО ИЗДАНІЯ

(2 тома—10 выпусковъ объемъ около 65 печатныхъ листовъ съ 1000 чертежами въ текстѣ и 15 литографированными таблицами)

по подпискѣ въ книжныхъ магазинахъ — **12** рублей.

Для гг. студентовъ техническихъ заведеній по подпискѣ у издателя—(С.-Петербургъ, Фонтанка 24, кв. 9)— **8** рублей.

При полученіи перваго выпуска вносится **3** руб., при послѣдующихъ по **1** руб. **50** коп. до полной уплаты. (Для студентовъ **3** руб. при полученіи перваго выпуска и по **1** руб. при слѣдующихъ).

За пересылку по вѣсу и разстоянію налагается платежъ.

Отдѣльные выпуски продаваться не будутъ.

ИЗДАНІЕ БУДЕТЪ ОКОНЧЕНО ВЪ ТЕЧЕНІИ 1899 ГОДА.

НАПЕЧАТАНЫ СЛѢДУЮЩІЕ ВЫПУСКИ: I и V (томъ I).

Дозволено цензурою С.-Петербургъ, 21 Декабря 1898 г.

Типо-литографія и переплетная Ю. А. Мансфельдъ, М. Морская, № 9.